

# Entwurf einer Elektronenlinse mit elektrisch weit verschiebbarer Achse

Vom Fachbereich Physik  
der Technischen Universität Darmstadt  
zur Erlangung des Grades  
eines Doktors der Naturwissenschaften  
(Dr. rer. nat.)  
genehmigte Dissertation

von  
**Dipl. – Phys. Peter Schmid**  
aus München

Referent: Prof. Dr. rer. nat. Harald Rose  
Korreferent: Prof. Dr. rer. nat. Johann Heber

Tag der Einreichung: 7. 2. 2000  
Tag der Prüfung: 8. 5. 2000

Darmstadt 2000  
D 17

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Probleme der konventionellen Abbildung großer Bildfelder</b>	<b>3</b>
2.1	Anforderungen an eine Projektivlinse in einem Lithographiesystem	3
2.2	Abbildung mit Rundlinsen . . . . .	3
2.3	Verbesserung der Abbildung durch dynamische Zusatzfelder . . .	4
2.3.1	Moving Objective Lens . . . . .	5
2.3.2	Variable Axis Lens . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Beschreibung des neuen Linsentyps</b>	<b>10</b>
3.1	Möglichkeiten der Verschiebung eines Linsenfeldes . . . . .	10
3.2	Das Prinzip der Kammlinse . . . . .	11
3.3	Vorteile des Kammlinsen-Konzepts . . . . .	16
<b>4</b>	<b>Numerische Rechnungen und Methoden</b>	<b>18</b>
4.1	Das Ersatzladungsverfahren . . . . .	19
4.1.1	Vorstellung der Ersatzladungselemente . . . . .	22
4.2	Erzeugung beliebiger Multipole . . . . .	32
4.3	Elektrische Verschiebung der optischen Achse . . . . .	42
4.4	Geometrie und Wirkungsweise der Kammlinse . . . . .	45
4.4.1	Die elektrische Zylinderlinse . . . . .	45
4.4.2	Der elektrische Quadrupol . . . . .	50
4.4.3	Wirkungsweise und Geometrie des Gesamtsystems . . . . .	54
4.5	Abschätzung der Grenzfeldstärke . . . . .	56
4.6	Grobeinstellung der Linse mit Hilfe der Matrizenmethode . . . . .	62
4.7	Numerische Berechnung der Elektronenbahnen . . . . .	72
4.7.1	Lösung der Bewegungsgleichung . . . . .	73
4.7.2	Bestimmung der Abbildungsfehler . . . . .	74
<b>5</b>	<b>Abbildungseigenschaften der Kammlinse</b>	<b>76</b>
5.1	Problemstellung . . . . .	77
5.2	Betriebsmoden der Kammlinse . . . . .	78
5.2.1	Rundlinsenmodus . . . . .	81
5.2.2	Anamorphotische Abbildung . . . . .	86
5.3	Vergleich der Abbildungseigenschaften mit bestehendem System .	88

<b>6 Vorteile der simultanen Verschiebung mehrerer Multipole</b>	<b>90</b>
6.1 Vorstellung des Konzeptes . . . . .	90
6.2 Abschätzung der Anzahl der gleichzeitig erzeugbaren Quadrupole	92
<b>7 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>97</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>99</b>

# 1 Einleitung

Die Elektronenstrahlolithographie gewinnt in letzter Zeit verstärkt an Bedeutung, da mit der zunehmenden Integration in monolithischen Schaltungen vom Lithographiesystem das Schreiben mit immer kleinerer Strukturgröße gefordert wird [1]. Die im Vergleich zu Licht wesentlich kleinere Wellenlänge, die im Bereich von Bruchteilen eines Ångströms liegt, erlaubt es, kleinere Strukturen als mit der optischen Lithographie herzustellen. Im Gegensatz zur lichtoptischen Lithographie wird die minimale Strukturgröße nicht durch Beugung, sondern durch Elektronenstreuung im Photoresist und im Substrat begrenzt.

Obwohl man mit Elektronenstrahlen wesentlich kleinere Strukturen schreiben kann, wird dieses Verfahren nur für die Herstellung von Masken zur optischen Lithographie und für „custom chips“ verwendet, bei denen der Faktor Zeit nicht die wesentliche Rolle spielt. Denn der Strom in einem Strahlenbündel kann wegen der Coulombwechselwirkung nicht beliebig erhöht werden, wodurch der Durchsatz beschränkt wird [2].

Elektronenstrahlschreiber sind gegenüber lichtoptischen konkurrenzlos in Bezug auf ihre Fähigkeit, sehr kleine Strukturen schnell zu schreiben. Jedoch besitzen sie gegenüber der lichtoptischen Projektion gravierende Nachteile. Sie benötigen pro Waferebene eine um Größenordnungen längere Belichtungszeit, ein gutes Vakuum und einen in der Schreibebeine schnell und präzise bewegbaren Tisch. Dieser Tisch ist notwendig, weil die elektronenoptischen Ablenkelemente den Strahl nur im Millimeterbereich fehlerarm auslenken können.

Um den Elektronenstrahl fokussiert abzulenken und damit den Photoresist zu belichten, wird eine leistungsfähige Linse benötigt, die den Strahl auch in weit von der Mitte entfernte Bereiche stets senkrecht auf das Objekt auftreffen läßt.

Eine brauchbare Elektronenlinse sollte mit einer Auflösung von  $0,025\mu\text{m}$  und bei einem Achsabstand von 5 mm verzeichnungsfrei abbilden. Dies stellt sehr hohe Anforderungen an die Optimierung der Linsenfelder.

Die Aberrationen der Linse können klein gehalten werden, falls es gelingt, den Elektronenstrahl stets entlang einer Achse zu führen, die fehlerfrei dynamisch verschoben werden kann [3]. Versuche in dieser Richtung wurden von Goto und Soma unternommen, wobei sie einem Rundlinsensfeld Ablenkfelder überlagerten. Durch diese zusätzlichen, dynamischen Felder läßt sich das Bildfeld erweitern („Moving Objective Lens“ [4], „Variable Axis Lens“ [5]).

Obwohl mit Hilfe der dynamischen Verschiebung der Achse eine beachtliche Vergrößerung des Bildfeldes erreicht wurde, ist ein Bildfeld von der Ausdehnung eines Wafers unmöglich, da bei vorgegebener Brennweite der Bohrungsdurchmesser der Rundlinse immer noch das nutzbare Bildfeld entscheidend begrenzt.

Einen Ausweg aus dieser Situation und damit eine deutliche Vergrößerung der Linsenfelder bieten unrunde Linsenfelder. Indem man die Bohrung durch einen Schlitz ersetzt, schafft man sich den Platz für die fehlerarme Übertragung des linienförmigen Objektfelds. Gleichzeitig bleibt der Abstand der Elektronen zu den Polschuhen und Elektroden nahezu konstant, so daß die Möglichkeit zur Beeinflussung des elektromagnetischen Abbildungsfelds nicht beeinträchtigt wird.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit soll eine aus unrunder, elektrostatischen Elementen aufgebaute Linse entworfen und berechnet werden, die für die Abbildung langer linienförmiger Objekte besonders geeignet ist. Spezielle unrunde Linsenfelder, die eine ausgezeichnete Symmetrie in Form eines Schlitzes – wie z. B. Zylinderlinsen – besitzen, haben besonders vorteilhafte Eigenschaften, da sie den fehlerarmen Durchsatz linienförmiger Objekte unabhängig von der Position ermöglichen.

Wegen der Translationssymmetrie bezüglich einer ausgezeichneten Richtung, oder in einem in dieser Richtung bewegten Koordinatensystem, besitzen derartige Linsen einen Arbeitsbereich, der in dieser besonderen Richtung viel größer ist als der von konventionellen „Variable Axis“ Systemen. Dadurch wird eine gute stigmatische Abbildung für alle Punkte sehr langer linienförmiger Objekte sichergestellt.

In dieser Arbeit werden sowohl dynamische als auch statische Systeme untersucht. Die dynamischen Feldkomponenten sind dabei als rein elektrisch vorgesehen, um eine schnelle Verschiebung des Linsenfelds frei von Wirbelströmen zu ermöglichen; deutlich schneller als das bei konventionellen, magnetischen „Variable Axis“ Systemen möglich ist.

Die der Linse zugrundeliegende Idee besteht darin, die Multipolkoeffizienten des abbildenden elektrischen Potentials dynamisch – als Funktion der Verschiebung des Linsenfelds entlang einer Richtung – vorzugeben. Ziel ist es, die störenden Multipolkoeffizienten, den Dipol- und den Hexapolkoeffizienten bei beliebiger Verschiebung punktweise zu Null zu machen und mit Hilfe des einstellbaren Zylinderlinsen- und Quadrupolanteils selbst bei weit verschobener Achse eine stigmatische Abbildung einzustellen.

Zusätzlich erlaubt dieses Konzept die gleichzeitige Abbildung mehrerer voneinander räumlich getrennter Strahlen. Dies wird durch simultane Verschiebung mehrerer Linsenfelder erreicht.

## 2 Probleme der konventionellen Abbildung großer Bildfelder

### 2.1 Anforderungen an eine Projektivlinse in einem Lithographiesystem

Von einem Lithographiegerät wird erwartet, daß es in der Lage ist, den Elektronenstrahl in weit von der Achse entfernte Bereiche (mehr als  $5\text{ mm}$ ) abzulenken, wobei der Hauptstrahl stets senkrecht auf das Objekt (den Wafer oder die Maske) auftreffen muß, damit die Oberflächenrauigkeit des Wafers nicht zu großen Aberrationen führt [6]. Desweiteren muß der Bündeldurchmesser von einem Radius von einigen hundert Mikrometer ( $\approx 500\text{ }\mu\text{m}$ ) auf einen kleinen Fleck ( $\approx 100\text{ nm}$ ) fokussiert werden. Der große Bündeldurchmesser ist erforderlich, um in der Bildebene eine Stromstärke sicherzustellen, die für die Fixierung der Information auf der optischen Schicht des Wafers erforderlich ist, und um gleichzeitig die stochastische Coulombwechselwirkungen im Strahl zu minimieren.

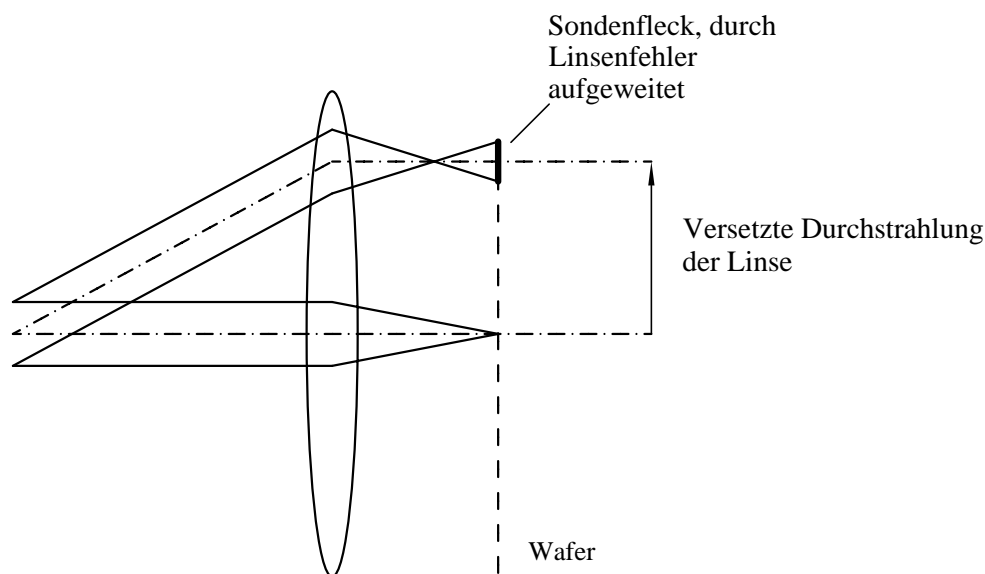
### 2.2 Abbildung mit Rundlinsen

Die Elektronenstrahlolithographie muß die Beleuchtung eines Wafers mit einem Durchmesser von  $20\text{ cm}$  bis  $30\text{ cm}$  ermöglichen. Bei einer elektronenoptischen Rundlinse wird der kleinstmögliche Sondenleck hauptsächlich durch den Öffnungsfehler  $C_3$  begrenzt, der sich proportional zur dritten Potenz der Brennweite verhält. Die gewünschte Kantenauflösung von etwa  $100\text{ nm}$  zwingt daher zur Wahl einer Brennweite, die nach Maßstäben der Elektronenoptik sehr klein ist.

Ein elektronenoptisches Rundlinsenfeld kann maximal etwa  $10000$  Pixel in einer Richtung übertragen, da die Abbildungsfehler das nutzbare Bildfeld auf diese Größe begrenzen. Deshalb ist eine direkte Belichtung einer ausgedehnten Fläche im Quadratzentimeterbereich bei der geforderten Auflösung unmöglich. Für die Abbildung der achsenfernen Bereiche ist eine Vorablenkung des Elektronenstrahls nötig, was bei ortsfesten statischen Linsenfeldern dazu führt, daß die Elektronenbahnen durch von der Symmetrieachse der Rundlinse weit entfernte Bereiche verlaufen.

In den außeraxialen Bereichen herrschen bezüglich der Achse des ausgelenkten Strahls starke nicht axialsymmetrische Felder (störende Multipolkomponenten wie Dipole und Quadrupole) vor, die große Abbildungsfehler verursachen.

Der mögliche Arbeitsbereich der Linse wird deshalb durch die außeraxiale Durchstrahlung nicht wesentlich vergrößert; ein brauchbares Bildfeld ist nicht gegeben (siehe Zeichnung 2.1).



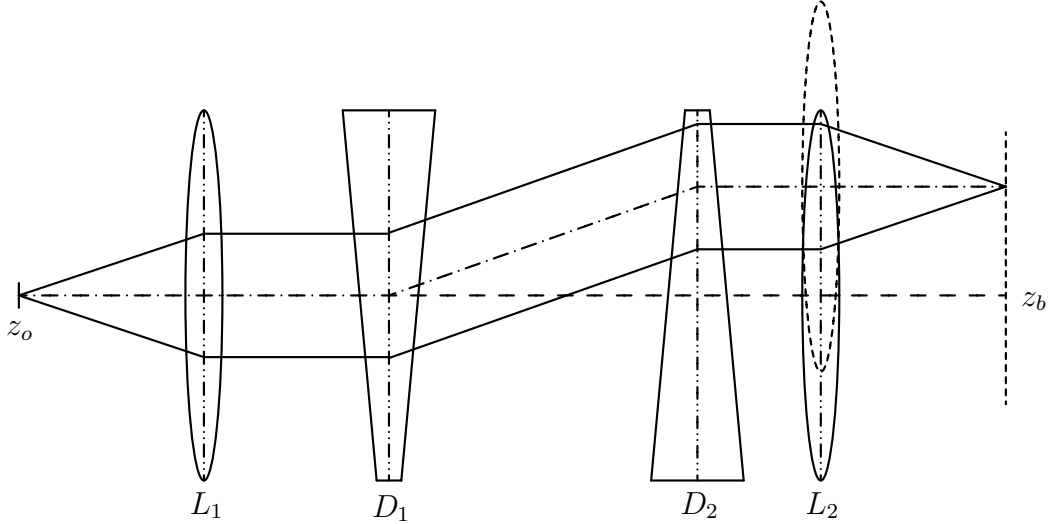
**Abbildung 2.1:** Abbildung mit einer Rundlinse bei großer Bohrung. Bei außeraxialer Durchstrahlung der Linse – erreicht durch eine Vorablenkung – entstehen große Linsenfehler, die keine brauchbare Abbildung zulassen.

### 2.3 Verbesserung der Abbildung durch dynamische Zusatzfelder

Wie schon in der Einleitung geschildert, muß in der Elektronenstrahlolithographie der Elektronenstrahl bei senkrechter Inzidenz („vertical landing“) in Bereiche fern der Achse abgelenkt werden.

Eine wesentliche Verbesserung der Abbildung, gemessen in der Gesamtzahl der von der Linse übertragbaren Elemente („Pixel“), kann erreicht werden, falls es gelingt, die optische Achse dynamisch zu verschieben, und so den Strahl innerhalb des kompletten Bildfeldes stets auf dieser zu halten, so daß nur noch axiale Aberrationen wie Farb- und Öffnungsfehler der Linse und stochastische Strahlwechselwirkungen für die Qualität der Abbildung eine Rolle spielen [5].

Erste Untersuchungen dieser Art wurden von Ohiwa durchgeführt [7]. Er ermittelte die Bedingungsgleichung an ein Zusatzfeld, mit dessen Hilfe ein magnetisches Rundlinsenfeld in erster Ordnung lateral verschoben werden kann.



**Abbildung 2.2:** Lichtoptisches Analogon einer „Moving Objective Lens“ ( $L_2$ ). Wenn die Ablenker  $D_1$  und  $D_2$  ausgeschaltet sind, ist der Strahlengang teleskopisch. Bei eingeschalteten Ablenkern verbleibt der Strahlengang teleskopisch, sofern die zweite Linse  $L_2$  lateral verschoben wird. Die verschobene Linse wird durch die gestrichelt gezeichnete Linse verdeutlicht. Bei der elektronenoptischen MOL wird diese Verschiebung durch magnetische Dipolfelder erreicht.

Dieses Konzept wurde später von Goto und Soma weiter theoretisch untersucht und unter dem Namen „Moving Objective Lens“ (MOL) bekannt [4].

Die experimentelle Realisierung dieses Konzeptes, scheiterte daran, daß das MOL Konzept Bedingungen für die Ableitungen der magnetischen Induktion vorschreibt, die sich experimentell nicht exakt erfüllen lassen [8].

Pfeiffer und seine Mitarbeiter bei IBM entwickelten ein ähnliches Konzept mit dem Namen „Variable Axis Lens“, das sich experimentell realisieren läßt und zur Fertigung von lichtoptischen Masken benutzt wird.

### 2.3.1 Moving Objective Lens

In diesem Abschnitt werden die Bedingungen für eine laterale Verschiebung einer magnetischen Rundlinse aus der Multipolentwicklung des magnetischen Potentials abgeleitet.



Die Entwicklung des magnetischen Potentials  $\psi_L$  eines Rundlinsenfelds entlang der  $z$ -Achse, der ursprünglichen optischen Achse, um  $x = 0$  und  $y = 0$  bis einschließlich 4. Ordnung ausgedrückt durch die axiale magnetische Induktion  $B(z)$  lautet [9]:

$$\psi_L = - \int B(z) dz + \frac{1}{4}(x^2 + y^2)B'(z) - \frac{1}{64}(x^2 + y^2)^2 B'''(z) + O(6) \quad (2.1)$$

Unsere Aufgabe ist nun zu bestimmen, wie bei einer Verschiebung der optischen Achse von  $x = 0$  und  $y = 0$  zu  $x = x_0$  bzw.  $y = y_0$  sich das Potential  $\psi_L$  als Funktion der neuen Koordinaten  $x_0$  und  $y_0$  schreibt, und wie durch Überlagerung geeigneter magnetischer Zusatzfelder ein neues Rundlinsenfeld in den neuen Koordinaten erreicht werden kann.

Zur Vereinfachung der Schreibweise führen wir neue Variablen  $x = x_0 + u$  und  $y = y_0 + v$  und die folgenden Invarianten ein:

$$r^2 := x^2 + y^2, \quad w^2 := u^2 + v^2, \quad r_0^2 := x_0^2 + y_0^2 \quad (2.2)$$

$$c_1 := x_0 u + y_0 v = r_0 w \cos \alpha \quad (2.3)$$

$$c_2 := (x_0^2 - y_0^2)(u^2 - v^2) + 4x_0 y_0 uv = r_0^2 w^2 \cos 2\alpha \quad (2.4)$$

$$\alpha := \arctan \frac{v}{u} - \arctan \frac{y_0}{x_0} \quad (2.5)$$

Mit den Beziehungen

$$r^2 = r_0^2 + w^2 + 2c_1 \quad (2.6)$$

$$r^4 = r_0^4 + 4r_0^2 w^2 + w^4 + 4c_1(r_0^2 + w^2) + 2c_2 \quad (2.7)$$

geht Gleichung (2.1) über in

$$\psi_L = - \int B dz + \frac{c_1}{2} B' + \frac{B'}{4}(r_0^2 + w^2) - \frac{1}{64} B'''(r_0^4 + 4r_0^2 w^2 + w^4 + 2c_2). \quad (2.8)$$

In Gleichung (2.8) ist das Rundlinsenpotential  $\tilde{\psi}_L$  entlang der verschobenen Achse

$$\tilde{\psi}_L = \int B dz + \frac{B'}{4} w^2 - \frac{B'''}{64} w^4 \quad (2.9)$$

enthalten. Das Ziel ist es nun durch Überlagerung geeigneter Zusatzfelder die störenden Terme in der Potentialentwicklung (2.8) zu entfernen, so daß nur noch  $\tilde{\psi}_L$  übrigbleibt.

Um dies zu erreichen, überlagert man dem Potential (2.1) ein Dipolpotential.

$$\psi_D = \psi_{1c} x + \psi_{1s} y - \frac{1}{8}(x^2 + y^2)(\psi_{1c}'' x + \psi_{1s}'' y) + \dots \quad (2.10)$$

Die Dipolstärken  $\psi_{1c}(z)$  und  $\psi_{1s}(z)$  kennzeichnen die Ausdehnung und Orientierung des Dipolfelds entlang der ursprünglichen  $z$ -Achse. Damit nun entlang der

verschobenen Achse, die in  $u$  und  $v$  linearen Glieder verschwinden, müssen die sogenannten „MOL Bedingungen“ [7]

$$\psi_{1c}u + \psi_{1s}v = \frac{c_1}{2}B' = \frac{B'}{2}(x_0u + y_0v) \quad (2.11)$$

bzw.

$$\psi_{1c} = -\frac{x_0}{2}B', \quad \psi_{1s} = -\frac{y_0}{2}B'. \quad (2.12)$$

erfüllt sein. Die felderzeugenden Ströme der Ablenkfelder  $\psi_{1c}$  bzw.  $\psi_{1s}$  müssen daher proportional zu den Koordinaten der Verschiebung  $x_0$  bzw.  $y_0$  sein.

Unter Berücksichtigung der Bedingungen (2.12) lautet die Potentialentwicklung des Dipolfelds (2.10) um die verschobene Achse

$$\begin{aligned} \psi_D &= -\frac{1}{2}(xx_0 + yy_0) \left\{ B' - \frac{1}{8}(x^2 + y^2)B''' \right\} \\ &= -\frac{1}{2}(r_0^2 + c_1)B' + \frac{1}{16}(r_0^4 + 2r_0^2w^2 + c_1(3r_0^2 + w^2) + c_2)B'''. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Überlagert man dieses Potential mit den verschobenen Rundlinsenpotential (2.8), so erhalten wir mit (2.9) für das resultierende Potential den Ausdruck

$$\psi_r = \psi_L + \psi_D = \tilde{\psi}_L - \frac{1}{4}B'r_0^2 + \frac{c_1}{8}B'''r_0^4 + \frac{1}{64}B'''(3r_0^4 + 4r_0^2w^2 + 2c_2). \quad (2.14)$$

Durch die Hinzufügung eines weiteren dynamischen magnetischen Feldes, eines Rundlinsenfelds  $B_F(z)$ , zentriert um die unverschobene Achse, lassen sich weitere störende Terme in der Potentialentwicklung beseitigen. Damit sich der zum Quadrat der Verschiebung proportionale Term weghebt, muß gelten

$$-\int B_F dz = \frac{1}{4}B'r_0^2. \quad (2.15)$$

Daraus folgt als Bedingungsgleichung für das dynamische Fokussierungsfeld  $B_F$

$$B_F = -\frac{1}{4}B''r_0^2. \quad (2.16)$$

Unter Zuhilfenahme der paraxialen Entwicklung für das axialsymmetrische Magnetfeld  $B_F$

$$\begin{aligned} \psi_F &= -\int B_F dz + \frac{1}{4}(x^2 + y^2)B'_F(z) \\ &= \frac{1}{4}B'r_0^2 - \frac{1}{16}B'''(r_0^4 + r_0^2w^2 + 2c_1) \end{aligned} \quad (2.17)$$

erhalten wir für die Summe der Potentiale

$$\psi_L + \psi_D + \psi_F = \tilde{\psi}_L - \frac{1}{64}B'''r_0^4 - \psi_S. \quad (2.18)$$

Hierbei bezeichnet  $\psi_S = -1/32 B''' c_2$  einen parasitären Beitrag, der mit Hilfe einer dynamischen Quadrupolfokussierung durch ein Feld der Form

$$\begin{aligned} V_S &= \frac{1}{2}(x^2 - y^2)P_2(z) + xyQ_2(z) \\ &= -\frac{1}{32}B''' \{(x^2 - y^2)(x_0^2 - y_0^2) + 4x_0y_0xy\} \\ &= \psi_S - \frac{1}{32}B'''r_0^4 - \frac{1}{16}B'''r_0^2c_1 \end{aligned} \quad (2.19)$$

mit den dynamischen Quadrupolstärken

$$\begin{aligned} P_2(z) &= -\frac{1}{16}B'''(z)(x_0^2 - y_0^2) \quad \text{und} \\ Q_2(z) &= -\frac{1}{8}B'''(z)x_0y_0 \end{aligned} \quad (2.20)$$

näherungsweise erzeugt werden kann. Für das Potential  $\tilde{\psi}_L$  der dynamisch verschobenen Rundlinse erhalten wir dann

$$\tilde{\psi}_L = \psi_L + \psi_D + \psi_F + V_S + \psi_P. \quad (2.21)$$

Der Anteil

$$\psi_P = \frac{3}{64}B'''r_0^4 + \frac{1}{16}B'''r_0^2c_1 \quad (2.22)$$

enthält die verbleibenden Störterme vierter Ordnung, die aufgrund ihrer Kleinheit nicht ins Gewicht fallen.

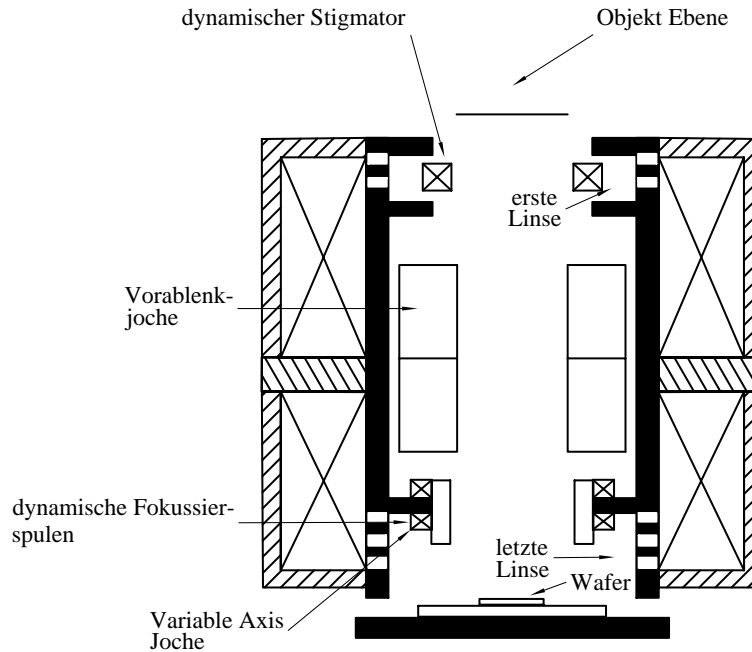
### 2.3.2 Variable Axis Lens

Die im vorigen Abschnitt skizzierte Theorie zur prinzipiellen dynamischen Verschiebung einer optischen Achse gibt eine Vorstellung von der Art und Weise wie durch fortwährende Überlagerung von Hilfsfeldern eine bessere Verschiebung eines Rundlinsenfelds möglich ist.

Alle Verfahren, die auf diesem Prinzip basieren, stehen vor dem Problem, geeignete Polschuhgeometrien zu finden, welche die gewünschten magnetischen Felder liefern. Bisher ist keine experimentelle Realisierung des MOL-Konzeptes bekannt, da es nicht gelang, geeignete Polschuhformen herzustellen, die die obigen Bedingungsgleichungen exakt erfüllen [8, 10].

Glücklicherweise ist es nicht nötig, die sehr schwer einzuhaltenden Bedingungen (2.11), (2.16) und (2.20) exakt einzuhalten.

Falls man nur noch verlangt, daß der Elektronenstrahl in der unmittelbaren Nähe der verschobenen optischen Achse verbleibt und die Ablenkfehler *global* kompensiert werden, dann wird es möglich, mit Hilfe ausgedehnter Computersimulationen Polschuhanordnungen zu erhalten, die experimentell realisierbar sind.



**Abbildung 2.3:** Optische Elemente einer Variable Axis Immersion Lens.

Ein geeignetes magnetisches System wurde von Pfeiffer und seinen Mitarbeitern bei IBM entwickelt [5].

Die Abbildung 2.3 zeigt schematisch den Aufbau dieser „Variable Axis Lens“. Sie besteht aus zwei magnetischen Rundlinsen, zwei Ablenkssystemen, eines vor und eines in der Linse, einem dynamischen Stigmator und vier dynamischen Fokussierungsspulen.

Mit einer verbesserten Linse dieses Typs, bezeichnet als „Variable Axis Immersion Lens“ (VAIL), ist eine Verschiebung der optischen Achse gegenüber der Symmetrieachse von immerhin 5 mm bei einer Auflösung von  $0,2\,\mu\text{m}$  möglich. Um die Achse um 10 mm vom einen Ende des Bildfelds zum anderen zu verschieben, wird aufgrund von der sogenannten „settling time“ und Wirbelstromeffekten eine Zeit von  $100\,\mu\text{s}$  benötigt.

Da diese Linse die Achse nur um einige Millimeter verschieben kann, wird zusätzlich noch ein in einer Ebene zweidimensional exakt bewegbarer Tisch benötigt, der das Objekt mit einer Geschwindigkeit von einigen cm/s verschiebt.

## 3 Beschreibung des neuen Linsentyps

### 3.1 Möglichkeiten der Verschiebung eines Linsenfeldes

Wie im vorherigen Kapitel geschildert, kann ein Rundlinsenfeld durch geeignete Überlagerung von dynamischen Multipolfeldern in moderater Weise lateral verschoben werden. Die Verschiebung wird dabei durch den Bohrungsdurchmesser des Polschuhs der unverschobenen Rundlinse begrenzt. Dieser Bohrungsdurchmesser läßt sich allerdings nicht größer als einige Zentimeter wählen, weil sonst keine hinreichend kleine Brennweiten erreicht werden können. Außerdem läßt sich das magnetische Rundlinsenfeld nur recht langsam verschieben, weil Wirbelströme und die Ruhezeiten die Verschiebung auf einige Mikrosekunden begrenzen [11]. Zusätzlich hängt die Realisierung einer Linse des MOL/VAIL Typs davon ab, ob es gelingt, die Polschuhe der Hilfsfelder so zu formen, daß ein zumindest näherungsweise proportionaler Verlauf zu den Ableitungen der magnetischen Induktion  $B$  des ursprünglichen Rundlinsenfeldes möglich ist.

Wünschenswert ist es, eine elektronenoptische Anordnung zu konstruieren, die in nahezu unbeschränkter Weise eine deutlich schnellere Verschiebung zumindest in einer Richtung von der Ausdehnung eines Wafers gestattet, ohne daß in dieser ausgezeichneten Richtung eine mechanische Verschiebung erforderlich wird. Damit könnte zumindest ein Teil der nicht durch das Schreiben der Information auf dem Wafer bedingten Zeit, der sogenannten Overhead-Zeit, verringert werden.

Ein deutlicher Geschwindigkeitsgewinn wäre möglich, falls eine gleichzeitige Verschiebung von mehreren Linsenfeldern realisiert werden kann und mehrere Strahlen gleichzeitig geführt und fokussiert werden können, die keinen gemeinsamen Crossover aufweisen (Minimierung stochastischer Wechselwirkungen). Solch ein System läßt sich vorteilhaft für ein Beleuchtungssystem in Form einer Kammsonde [12] oder einer Photokathode [13, 14, 15, 16, 17] einsetzen.

Einen Ausweg aus der Bildfeldbegrenzung durch die Bohrung besitzen Linsen, die auf unrunder Linsenfeldern basieren, insbesondere solche, die eine Translationsymmetrie in einer zur Achse senkrechten Richtung besitzen.

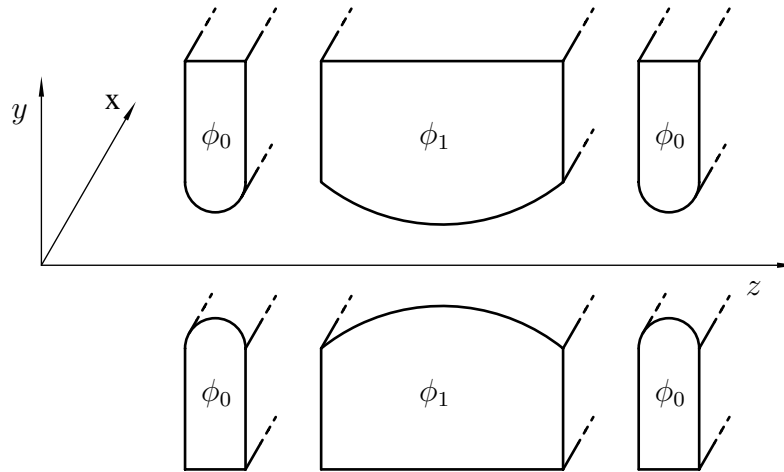
In diesem Fall bleibt der Abstand der felderzeugenden Elemente zu den Bahnen stets klein, so daß unabhängig vom Abstand zur Sollachse die abbildenden Feldformen eingestellt werden können.

Die Verschiebungsfelder sollten rein elektrisch sein, um eine schnelle von Wirbelstromeffekten freie Verschiebung zu ermöglichen.

## 3.2 Das Prinzip der Kammlinse

Als Bausteine für die neuartige Linse werden Elemente mit einer Translations-symmetrie benutzt. Hierfür bieten sich Linsentypen an, bei denen das abbildende Potential *nicht* von der Koordinate der Schlitzrichtung abhängt. Das Potential  $\phi$  dieser Elemente ist also *nur* zweidimensional.

Solche zweidimensionalen Linsenfelder lassen sich näherungsweise dadurch realisieren, daß die Elektroden aus einer ebenen Platte mit einem Schlitz bestehen (Schlitzblende), der wesentlich länger als breit ist. Das elektrische Feld kann dann um die Symmetrieachse des Schlitzes in der zur Platte senkrechten Ebene als eben (zweidimensional) angesehen werden. Derartige zweidimensionale Linsen werden als Zylinderlinsen bezeichnet, weil sie wie ein Glaszylinder in der Lichtoptik die Strahlen nur in dem zum Schlitz senkrechten Schnitt fokussieren. Elektronenoptische elektrische Zylinderlinsen bestehen aus mehreren Schlitzblenden auf geeignet gewählten Potentialen, die in Richtung der optischen Achse hintereinander angeordnet sind (siehe Abbildung 3.1).



**Abbildung 3.1:** Schnitt durch die Elektrodenanordnung einer aus drei Blenden bestehenden elektrostatischen Zylinder-Einzellinse;  $\phi_1$  ist das Potential der Mittelelektrode,  $\phi_0$  das Potential im feldfreien Außenraum. Die Dicke der Blenden ist im allgemeinsten Fall beliebig und wurde hier in Anlehnung an die in dieser Arbeit verwendete Geometrie gewählt.

Aufgrund der Translationssymmetrie der Zylinderlinse findet in der ausgezeichneten Längsrichtung entlang des Schlitzes (in die  $x$ -Richtung gelegt) keine reelle Abbildung statt (Abschnitt 4.4.1). In dem Abbildungsschnitt senkrecht dazu besitzt die Linse ähnliche Eigenschaften wie eine Rundlinse, nur mit doppelt so großer Brechkraft [18]. Da Schlitzblenden ein rechteckiges Profil besitzen, werden solche Elemente z. B. zur Fokussierung von Bandstrahlen benutzt.

Legt man die  $z$ -Richtung eines kartesischen Koordinatensystems entlang der optischen Achse und die  $y$ -Koordinate senkrecht zur Richtung des Schlitzes, so lautet die Potentialentwicklung der in  $x$ -Richtung unendlich ausgedehnten elektrischen Zylinderlinse

$$\phi(y, z) = \phi(z) - \frac{1}{2}\phi''(z)y^2 + \frac{1}{24}\phi'''(z)y^4 + O(6). \quad (3.1)$$

Die der Kammlinse zugrundeliegende Idee besteht nun darin, einer freistehenden Zylinder-Einzellinse zusätzliche Multipolfelder so zu überlagern, daß sich diese Linse als Ganzes wie eine Rundlinse verhält. Analog zur Herleitung der MOL Bedingungen (siehe Abschnitt 2.3.1) kann man fordern, daß das elektrische Potential in der Nähe der optischen Achse bis zu einer gewissen Ordnung in den Koordinaten des Achsabstandes wie eine Rundlinsenfeld wirken soll. Für eine Übereinstimmung von Kammlinse und Rundlinse bis einschließlich zweiter Ordnung in der Potentialentwicklung muß das Potential der Kammlinse aus der Überlagerung eines Zylinderlinsen- und eines Quadrupolfelds mit der von der  $z$ -Koordinate abhängigen Stärke

$$\phi_{2c}(z) = -1/2 \phi''(z) \quad (3.2)$$

bestehen. Hierbei bezeichnet  $\phi(z)$  das axiale Potential. Addiert man noch einen Oktupol der Stärke

$$\phi_{4c}(z) = -1/192 \phi'''(z), \quad (3.3)$$

so stimmen die Potentialentwicklungen bis einschließlich vierter Ordnung überein.

Die Bedingungen (3.2) und (3.3) an die Multipolstärken entsprechen den Bedingungen des MOL-Konzeptes und sind experimentell kaum einfacher zu erfüllen als jene. Glücklicherweise ist die Erfüllung dieser lokalen Bedingungen für ein aus elektrischen Zylinderlinsen und Multipolen aufgebautes System zur Erlangung einer runden Abbildung nicht notwendig. Damit ein solcher Aufbau die gewünschten Abbildungseigenschaften besitzt, ist vielmehr wesentlich, daß die über den gesamten vom elektrischen Feld erfüllten Bereich aufintegrierte Wirkung aller Feldkomponenten auf die Bewegung der Elektronen sich wie die eines Rundlinsenfelds verhält. Diese Forderung ist experimentell wesentlich einfacher zu erfüllen. Sie erlaubt die räumliche Separation der abbildenden Elemente. Diese integrale Bedingung läßt sich nicht mehr in eine analytische Form bringen. Die Anzahl der möglichen Lösungen ist deshalb groß im Vergleich zu denen, die mit den Bedingungen (3.2) und (3.3) verträglich sind. Es kann daher nicht der Anspruch dieser Arbeit sein, diese Lösungsmenge erschöpfend zu behandeln.

Als erste Einschränkung der Lösungsmannigfaltigkeit fordern wir, daß alle Elektroden eine (zumindest diskrete) Translationssymmetrie in  $x$ -Richtung senkrecht zur optischen Achse besitzen, die bei Schlitzblenden von Natur aus gegeben ist. Diese Symmetrie gewährleistet die Erfüllung der wesentlichen Forderung, die optische Achse eines elektrischen elektronenoptischen Systems in Richtung der  $x$ -Achse prinzipiell beliebig weit verschieben zu können.

Die benötigten Multipolfelder (insbesondere Quadrupole und Oktupole) können mit translationssymmetrischen Elementen durch Anordnung der Elektroden in der Form eines „Doppelkamms“ erzeugt werden. Diesen kann man sich durch die Segmentierung einer dicken Schlitzblende in  $x$ -Richtung entstanden denken, wie es die Abbildung 3.2 verdeutlicht.

Jede einzelnen Lamelle der segmentierten Blende kann auf ein beliebiges Potential gelegt werden. Durch geeignete Wahl der Einzelpotentiale (entsprechend den Werten, die ein idealer, ebener Multipol der geforderten Stärke und Lage an den jeweiligen Orten der Lamellenenden aufweist) kann ein diskretisierter Potentialverlauf entlang einer rechteckigen Berandung vorgeben werden. Mit zunehmender Entfernung von den Lamellen verschwindet der Einfluß der Diskretisierung. In Nähe der Achse erhält man bei genügend feiner Diskretisierung das gewünschte Multipolfeld wie es in Abbildung 4.6 am Beispiel eines Quadrupols dargestellt ist. Offensichtlich kann durch Verschiebung der vorgegebenen Potentialbelegung um ein oder mehrere Einheiten des Lamellenabstands in Richtung des Kamms jedes erzeugte Multipolfeld um ein ganzzahliges Vielfaches des Lamellenabstands diskret verschoben werden. In Abschnitt 4.3 wird weiterhin demonstriert, daß sogar die *kontinuierliche* Verschiebung des Multipolfelds in  $x$ -Richtung (der Richtung des Schlitzes) möglich ist.

Solch eine segmentierte Schlitzblende bezeichnen wir im folgenden als *Kammblende*. Diese kann ein oder mehrere Multipolfelder *und* zusätzlich das Zylinderlinsenfeld einer Schlitzblende bereitstellen. Hierbei verstehen wir unter einer Blende nicht nur eine in  $z$ -Richtung sehr dünne Platte vernachlässigbarer Dicke, sondern es handelt sich vielmehr auch um in Richtung der optischen Achse ausgedehnte Elemente.

Eine Kammblende wird durch die elektrischen Parameter, die Multipolstärken  $\phi_{\nu c}$  und ihr Grundpotential  $\phi_B$ , und durch Geometrieparameter beschrieben. In Zukunft werden wir den Abstand benachbarter Lamellen in  $x$ -Richtung mit  $a$  bzw. in  $y$ -Richtung mit  $d$  bezeichnen. Die Ausdehnung einer Lamelle in  $z$ -Richtung heißt Länge des Kamms (bei einem Quadrupol mit  $l_Q$  bezeichnet).

Für die Verschiebung einer einzelnen Linse reicht es aus, jeden Multipol einmal zu erzeugen. Zur Erzielung einer stigmatischen paraxialen Abbildung ist es notwendig, ein Quadrupolfeld mit dem Feld einer Zylinderlinse zu kombinieren. Der Quadrupol besitzt die Eigenschaft in einem Abbildungsschnitt zu fokussieren und in dem anderen zu defokussieren. Bei der in Abbildung 3.2 dargestellten Linse muß der Quadrupol im  $xz$ -Schnitt fokussieren, da die Schlitzblenden aufgrund ihrer Translationssymmetrie in  $x$ -Richtung keine brechende Wirkung besitzen. Die



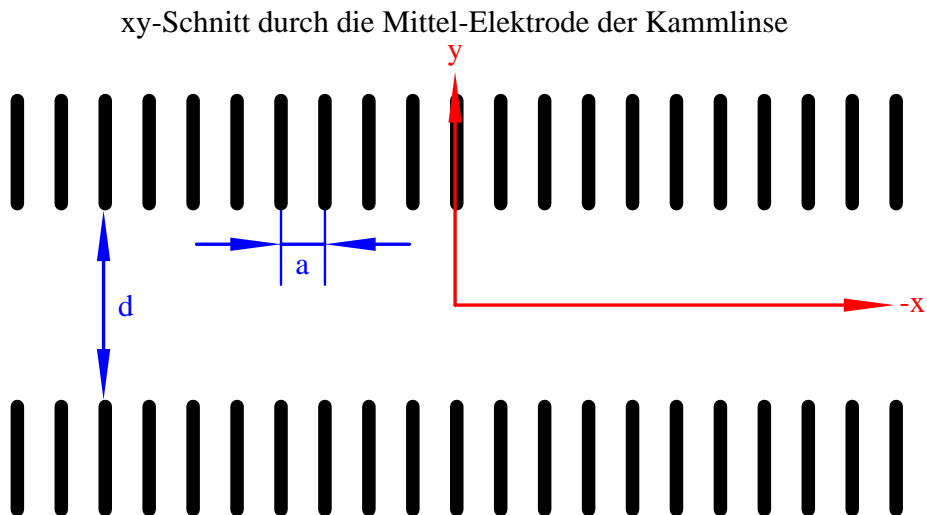
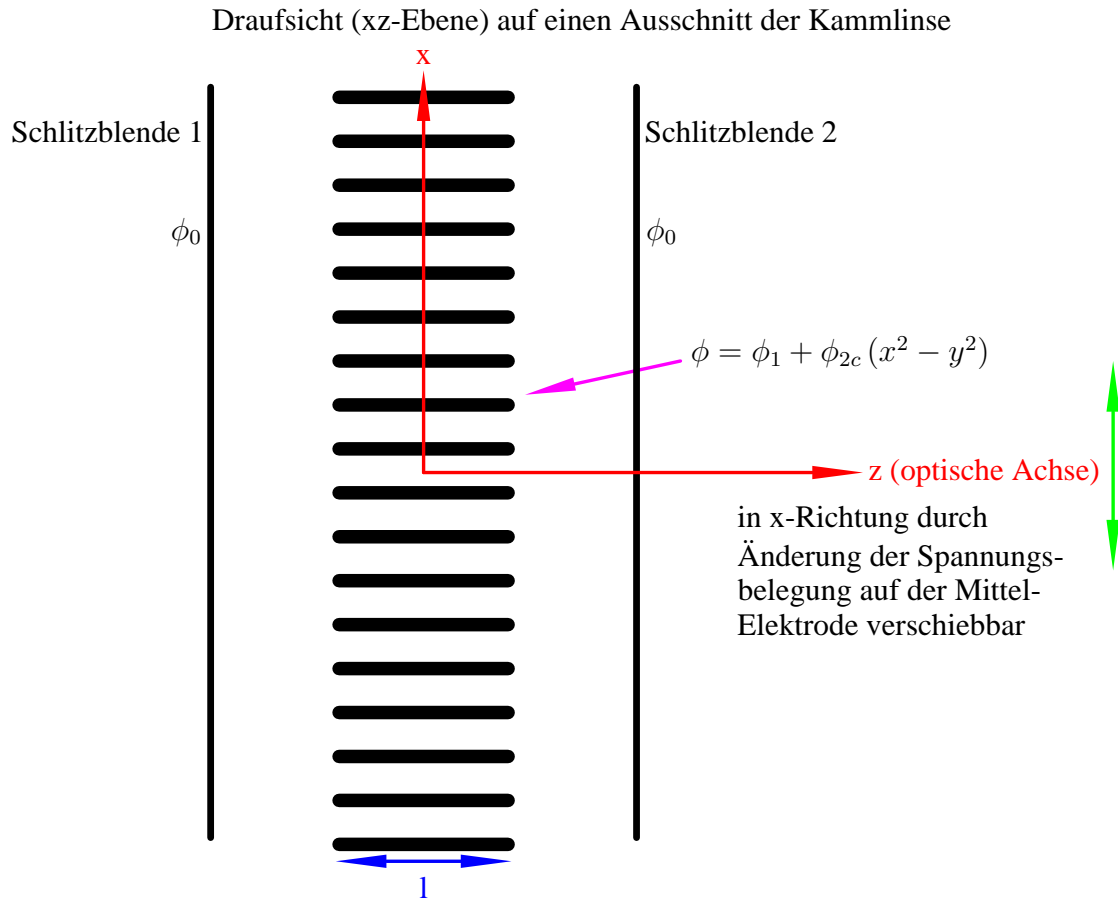


Abbildung 3.2: Das Prinzip der Kammlinse.

defokussierende Wirkung des Quadrupols im  $yz$ -Schnitt wird durch die Brechkraft der aus den Schlitzblenden gebildeten Zylinderlinse überkompensiert, derart daß die Linse in beiden Schnitten gleich stark fokussiert.

Im Rahmen dieser Arbeit beschränken wir uns deshalb auf die Untersuchung von Systemen mit einer Kammblyende (zur Erzeugung der notwendigen Multipole) und mehreren Schlitzblenden. Außerdem betrachten wir nur Anordnungen, deren Anzahl freier elektrischer Parameter (Quadrupolstärke und die Blendenpotentiale) gleich der Anzahl der Abbildungsbedingungen ist. Für eine Kammlinse, die zur Sondenformung als letztes Element bei einem teleskopischen Strahlengang eingesetzt wird, müssen nur zwei Bedingungen an die Bahnen gestellt werden. Die parallel im  $xz$ - und  $yz$ -Schnitt einlaufenden Bahnen sollen im gemeinsamen Brennpunkt  $z_f$  die optische Achse schneiden. Die Linse besteht also aus einer zentralen Kammblyende und zwei äußeren Schlitzblenden, die auf dem Säulenpotential  $\phi_0$  liegen. Durch die geeignete Wahl der Quadrupolstärke  $\phi_{2c}$  und des Grundpotentials  $\phi_1$  der Kammblyende können die beiden Bedingungen erfüllt werden. Bei der Abbildung durch eine Kammlinse dieses Typs fallen jedoch die Hauptebenen der beiden Schnitte nicht zusammen. Um in diesem Fall eine stigmatische Abbildung zu erzielen, müssen dann die Brennweiten  $f_x$  bzw.  $f_y$  in den beiden Schnitten verschieden sein. Dann spricht man von einer *anamorphotischen* Abbildung.

Fordert man, daß die Kammlinse stigmatisch und verzeichnungsfrei abbildet, so erhöht sich die Anzahl der Bedingungsgleichungen um Eins. Die zugehörige Linse besteht somit aus mindestens vier Schlitzblenden, bzw. aus fünf Blenden bei einem zur Linsenmitte symmetrischen Aufbau.

Die Kammlinsen können durch Variation der Geometrieparameter (Länge der Kammblyende, den Abständen zwischen den Blenden und der Weite der Blendenöffnungen) optimiert werden. Als Optimierungskriterien für justierte Systeme gelten die Abbildungseigenschaften der Linse – wie Öffnungsfehler und die Größe der bei gegebener Auflösung und Brennweite maximal übertragbaren Bündelquerschnittsfläche (Rastern) oder die Größe des Bildfelds (Projektion) – und weiterhin der auf der Elektrodenoberfläche berechnete Maximalwert der elektrischen Feldstärke. Die Minimierung dieses Höchstwertes ist wichtig um die ordnungsgemäße Arbeitsweise des Geräts sicherzustellen.

Da bei diesen Optimierungen die besonderen Eigenschaften der Kammlinse und ihr komplizierter Aufbau berücksichtigt werden müssen, entziehen sich die Untersuchungen einer analytischen Behandlung. Die im folgenden Kapitel beschriebene numerische Behandlung ist so zeitaufwendig, daß oben beschriebene Optimierungsverfahren nicht allgemein durchgeführt werden konnte. Deshalb haben wir uns auf eine stichprobenartige Untersuchung beschränkt.

### 3.3 Vorteile des Kammlinsen-Konzepts

Mit Hilfe der im vorherigen Abschnitt beschriebenen Linse wird es nun möglich, ein oder mehrere Multipolfelder beliebiger Stärke zu erzeugen und diese nahezu unbegrenzt in  $x$ -Richtung lateral zu verschieben. Zusammen mit den von den Elektroden erzeugten Zylinderlinsenfeldern kann eine stigmatische und – wenn gewünscht – eine verzeichnungsfreie Abbildung eingestellt werden.

Durch dynamische Veränderung der Potentialbelegung der Segmente der Mittelelektrode läßt sich ein Linsenfeld sehr schnell verschieben – deutlich schneller, als das bei einer magnetischen Linse möglich ist.

Zusätzlich können auf der Mittelelektrode mehrere voneinander räumlich getrennte Multipolfelder verschoben werden. Damit wird eine gleichzeitige Fokussierung mehrerer getrennter Strahlen möglich, ohne daß diese Bündel („beamlets“) einen gemeinsamen Fokus (Crossover) besitzen. Durch die Vermeidung eines gemeinsamen Crossovers läßt sich eine Begrenzung der Kantenschärfe durch den lateralen Boersch-Effekt vermeiden. Dieses Problem besteht bei allen anderen bekannten Elektronenstrahlsystemen, die einen hohen Strom durch das optische System schicken. Bisher verhindert der Boersch-Effekt eine Anwendung der Elektronenstrahlolithographie zur industriellen Großfertigung von integrierten Schaltungen.

Durch den Übergang zu mehreren Elektronenstrahlen kann also ein höherer Durchsatz erzielt werden, weil bei gegebener Auflösung der Gesamtstrom größer als bei gegenwärtigen Systemen sein kann. Diese Eigenschaft ist für den Pixeltakt eines Schreibsystems von entscheidender Bedeutung, da von zukünftigen Elektronenstrahlenschreibern eine Stromstärke von etwa  $10\ \mu\text{A}$  bis  $30\ \mu\text{A}$  in der Waferebene verlangt wird, um bei einer Resistempfindlichkeit von ungefähr  $10\ \mu\text{C}/\text{cm}^2$  einen Durchsatz von etwa 30 Acht-Zoll-Waferebenen pro Stunde bei einer Strukturgröße (feature size) von 100 nm zu erreichen [17].

Außerdem läßt sich eine Linse des betrachteten Typs klein und kompakt herstellen, eine Eigenschaft, die auch für die Minimierung stochastischer Strahlwechselwirkungen von Vorteil ist, da diese Effekte proportional von der Länge des optischen Wegs abhängen. Zusätzlich könnten mehrere Kammlinsen nebeneinander gestellt werden, um so eine weitere Parallelisierung zu ermöglichen.

Die Linse ist nur für eine Strahlenergie bis zu etwa 100 keV geeignet, weil Feldstärken größer als etwa 5 kV/mm kaum zu realisieren sind. Diese Einschränkung ist jedoch nicht relevant, da aufgrund der Streuung der Elektronen im Photolack die Elektronenenergie im Bereich von 25 keV bis 50 keV liegen soll.

Weiterhin ist die Kammlinse für die Übertragung eines Strahls mit rechteckigem Profil mit großem Aspektverhältnis (einem Bandstrahl) besonders geeignet. Ein Abbildungssystem dieser Art könnte als Projektivsystem für eine Kammsonde vorteilhaft verwendet werden.

Da das abbildende System auf unrunder optischen Elementen beruht, sind die Bildfehler im paraxialen Rundlinsenmodus nicht rotationssymmetrisch. Die Feh-

lerkoeffizienten besitzen jedoch ungefähr die gleiche Größenordnung wie die von Rundlinsen. Somit ist keine deutliche Verschlechterung der Abbildungsqualität zu erwarten.

## 4 Numerische Rechnungen und Methoden

In diesem Kapitel werden die zur numerischen Berechnung und Simulation der Abbildungseigenschaften der Kammlinse benutzten Verfahren zusammengestellt.

Zuerst wird die numerische Berechnung der elektrischen Potentiale und Felder mit Hilfe der *Ersatzladungsmethode* behandelt. Dieses Verfahren verwendet Ersatzladungselemente, die speziell auf die Geometrie der Anwendung zugeschnitten sind. Mit Hilfe dieser Elemente werden wir zeigen, daß die *kontinuierliche* Verschiebung des auf der segmentierten Mittelelektrode erzeugten Quadrupolfelds möglich ist. Weiterhin werden die Vorteile dieser Art der Verschiebung, bei der die optische Achse stets eine Gerade bleibt, im Vergleich zu alternativen Konzepten beleuchtet. Anschließend werden der prinzipielle Aufbau und die Wirkungsweise der Kammlinse ausgehend von den optischen Eigenschaften der Bausteine erläutert.

Um Überschlüsse zwischen benachbarten Elektroden zu vermeiden, beschränken wir die maximal zulässige elektrische Feldstärke auf 5 kV/mm. Andernfalls treten Überschlüsse auf, die eine ordnungsgemäße Arbeitsweise unmöglich machen. Für den Quadrupol schätzen wir die maximal erreichbare Quadrupolstärke für diese Feldstärke ab.

Nachdem die Methoden zur numerischen Berechnung der abbildenden elektrischen Felder bereitstehen, wenden wir uns der Berechnung der Abbildungseigenschaften der Kammlinse zu. Zuerst besorgen wir uns aus einem Modell, welches die realen Potentialverläufe durch Kastenfelder bzw. durch Geradenstücke approximiert, Startlösungen für eine exakte Berechnung der Abbildungseigenschaften der realen Linse. Ausgehend von der Näherungsanordnung lösen wir numerisch die Newtonschen Bewegungsgleichungen („Raytracing“) unter Berücksichtigung der tatsächlichen (Rand-)Feldverläufe.

Die erhaltenen Bahnen liefern anfangs keine stigmatische Abbildung mehr. Durch iterative kleine Änderung der Elektrodenspannungen wird anschließend wieder eine stigmatische Abbildung erreicht.

Mit Hilfe dieser Bahnen werden dann die für die Anwendung wesentlichen Abbildungsfehler berechnet. Für die Benutzung der Linse zur Formung eines kleinen Sondenflecks („Rastern“) sind nur die axialen Bildfehler, die Farb- und die Öffnungsfehler, wesentlich. Im Falle einer runden paraxialen Abbildung („Projektion“) bestimmt die Größe des maximalen Bildfelds die Güte des Systems.

## 4.1 Das Ersatzladungsverfahren

Um die Abbildungsleistung einer Elektronenlinse zu beurteilen, müssen entweder die paraxialen Fundamentalbahnen oder die Lagen der Hauptebenen und Brennebenen (zumindest näherungsweise) bekannt sein. Für die Abbildung bzw. Beeinflussung der Elektronenbahnen ist im elektrischen Fall allein das elektrische Potential  $\phi$  verantwortlich, unabhängig von der Masse und der elektrischen Ladung der geladenen Teilchen.

Die räumliche Verteilung des elektrischen Potentials  $\phi$  bei der mathematischen Beschreibung wird durch die Poisson Gleichung

$$\Delta\phi(\mathbf{r}) = \frac{\rho(\mathbf{r})}{\epsilon} \quad (4.1)$$

und die Randbedingungen festgelegt. Als stationär gelten in diesem Zusammenhang auch dynamische Systeme, sofern die Frequenzen der dynamischen Komponenten klein genug sind, so daß die Strahlungsfelder gegenüber den statischen Feldern einer Momentaufnahme vernachlässigbar klein bleiben (quasistationäre Näherung). Die Potentiale und die Geometrie der felderzeugenden Elektroden müssen dabei als Randbedingungen vorgegeben werden. Falls die Strahlströme so klein sind, daß von Raumladungseffekten der Strahlelektronen abgesehen werden kann, geht die Poissongleichung (4.1) im Raum zwischen den Elektroden in die Laplacegleichung

$$\Delta\phi(\mathbf{r}) = 0 \quad (4.2)$$

über.

Die Bedingung (4.2) schränkt die elektronenoptische Abbildung stark ein, weil dadurch die Aberrationen elektronenoptischer Linsen im Vergleich zu lichtoptischen Systemen nicht beliebig verändert werden können.

Da sich nur für sehr einfache Elektrodengeometrien die Potentialverteilungen analytisch exakt berechnen lassen, benötigt man geeignete numerische Algorithmen, die eine schnelle und präzise Berechnung der Felder ermöglichen.

Am geeignetesten erscheint die Ersatzladungsmethode (boundary value method), da sie im Vergleich zu anderen Verfahren, z. B. die Methode der finiten Elemente oder das Differenzenverfahren, eine genauere und glattere Simulation des Potentialverlaufs im Bereich des Strahls ermöglicht [20, 19]. Der Rechenaufwand wird minimiert, falls die Ersatzladungen bereits die Symmetrien der Anordnung erfüllen.

Das Ersatzladungsverfahren benutzt im Gegensatz zu Vorgehensweisen, die auf Maschen beruhen, die lineare Überlagerung exakter Lösungen der Laplacegleichung, die sich analytisch differenzieren lassen. Die Idee des Verfahrens besteht darin, Elemente zu benutzen, welche die Potentialgleichung exakt erfüllen. Die Randwerte auf den gewünschten Äquipotentialflächen werden jedoch nur *näherungsweise*, d. h. nur an endlich vielen ausgewählten Punkten, den sogenannten *Testpunkten*, erfüllt.

Das Verfahren basiert auf dem Sachverhalt, daß das Innere eines idealen Leiters feldfrei ist. Die Oberflächenladungen auf den Elektroden bestimmen die Potentialverteilung im ganzen Raum, die der Laplacegleichung genügt. Da nun das elektrische Potential (und damit auch die zugeordnete Feldstärke) innerhalb der Leiter irrelevant sind, können durch Einfügen von Ersatzladungen innerhalb der Leiter Äquipotentialflächen erzeugt werden, die mit der Oberfläche der Elektroden näherungsweise übereinstimmen. Die Ladungen erzeugen dann die gesuchte Lösung der Laplacegleichung im interessierenden Bereich zwischen den Elektroden.

Das inhärente Problem des Ersatzladungsverfahrens besteht darin, geeignete Ersatzladungselemente zu entwickeln, sowie deren Anzahl und Anordnung derart an die Problemstellung anzupassen, daß die numerisch berechneten Äquipotentialflächen möglichst gut mit den tatsächlichen Elektrodenoberflächen übereinstimmen. Um die Güte einer Ersatzladungssimulation einzuschätzen, bedarf es daher stets der Kontrolle anhand von berechneten Äquipotentiallinienbildern oder mindestens von Berechnungen des Potentialverlaufs zwischen den Testpunkten, aus denen hervorgeht, daß ein glatter Verlauf der Potentiale sichergestellt ist.

Diese Argumentation gilt natürlich nur dann, wenn die numerisch berechnete Potentialfunktion entlang der Verbindungslinie *nicht* oszilliert. Dies tritt normalerweise nicht auf, wenn man folgende Erfahrungswerte berücksichtigt:

- Von der Oberfläche der zu simulierenden Elektrodengeometrie fordern wir, daß diese hinreichend glatt ist. Benachbarte Testpunkte sollten eng aneinanderliegen, mit einem Abstand der klein ist im Vergleich zu der „Rauigkeit“ der Oberfläche.
- Das System der Ersatzladungen (bzw. das lineare Gleichungssystem in Gleichung (4.8)) muß gut konditioniert sein. Das erreicht man in der Regel, indem jede Ersatzladung überwiegend auf einen Kontrollpunkt wirkt, das heißt den Potentialwert dort im wesentlichen bestimmt.

Erfüllt man diese Kriterien, so werden in der Praxis nur „Beulen“ der numerisch berechneten Äquipotentialflächen zwischen den Testpunkten erhalten. Oszillationen treten hingegen nicht auf [21].

Da die Abweichungen zwischen den mit den Ersatzladungen berechneten Potentialen und den tatsächlichen Potentialen mit zunehmendem Abstand von den Elektroden abnehmen, ist dieses Verfahren besonders für (teilchenoptische) Fragestellungen geeignet [19], bei denen nur in Bereichen fern von geschlossenen Elektroden die genauen Potentiale und deren räumlichen Ableitungen von wesentlicher Bedeutung sind. Für die Berechnung der Potentiale in unmittelbarer Umgebung der Elektrode sind Maschenverfahren, insbesondere bei zeitabhängigen Feldern, vorzuziehen.

Die Vorgehensweise beim Aufstellen des Systems der Ersatzladungen ist die folgende:

Eine Anzahl von  $N$  verschiedenen Typen von Ersatzladungen mit jeweils  $m_i$  Elementen erzeugt aufgrund des linearen Superpositionsprinzips das Potential  $\phi(\mathbf{r})$  außerhalb der Orte der Ersatzladungen

$$\phi(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{m_i} \phi_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{ij}). \quad (4.3)$$

Hierbei bezeichnet  $\phi_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{ij})$  die Potentialverteilung, welche von einem Ladungselement am Ort  $\mathbf{r}_{ij}$  erzeugt wird.

Das von einem beliebigen Element erzeugte Potential kann multiplikativ zerlegt werden in einen Anteil  $q_{ij}$ , der als verallgemeinerte Stärke betrachtet werden kann, und in einen Anteil  $G_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{ij})$ , der nur von Geometrieparametern abhängt:

$$\phi_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{ij}) = q_{ij} G_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{ij}). \quad (4.4)$$

Die Grundgleichung des Ersatzladungsverfahrens lautet also

$$\phi(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{m_i} q_{ij} G_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{ij}) \quad (4.5)$$

oder, da sich durch Bildung des negativen Gradienten

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\nabla \phi(\mathbf{r}) \quad (4.6)$$

das elektrische Feld ergibt

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{m_i} q_{ij} \nabla G_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{ij}). \quad (4.7)$$

Die unbekannten Größen  $q_{ij}$  und  $G_{ij}$  in Gleichung (4.5) bzw. in (4.7) müssen so bestimmt werden, daß das Potential die vorgegebenen Randwerte in den Testpunkten erfüllt.

Das Gleichungssystem (4.5) läßt sich eindeutig nach den unbekannten Stärken  $q_{ij}$  auflösen, wenn die Positionen der Ersatzladungselemente sowie die Form und die Anzahl der Elemente einer Klasse vorgegeben werden. Bei vorgegeben Funktionen  $G_{ij}$  geht das Gleichungssystem in ein lineares über, welches mit bekannten Methoden wie z. B. dem Gaußverfahren numerisch gelöst werden kann.

Die Potentialverteilung  $\phi(\mathbf{r})$  im Raum abseits der Positionen der Ersatzladungen ist also bestimmt, falls es gelingt das lineare System

$$\phi(\mathbf{r}_k) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{m_i} q_{ij} G_{ij}(\mathbf{r}_k, \mathbf{r}_{ij}) \quad (4.8)$$



nach den verallgemeinerten Stärken  $q_{ij}$  aufzulösen. Hierbei bezeichnet  $\mathbf{r}_k$  die Koordinaten von  $M$  Testpunkten mit vorgegebenen Potentialen  $\phi(\mathbf{r}_k)$  auf den Elektroden, wobei  $M = \sum_{i=1}^N m_i$  für Gesamtanzahl aller Ersatzladungselemente steht.

Die Anzahl der Ersatzladungselemente hängt von der Komplexität der Problemstellung, der Wahl der Orte der Ersatzladungen und der geforderten Genauigkeit an die Präzision des numerisch ermittelten Potentials  $\phi(\mathbf{r})$  ab. Entscheidend für die Qualität der simulierten Potentiale (bei einer festen Gesamtanzahl  $M$  der Elemente) ist auch, daß die ausgewählten Ersatzladungselemente optimal an die Symmetrie des Problems angepaßt sind.

Für die Simulation elektrostatischer Rundlinsen sind seit langem geeignete Elemente, sogenannte Ringladungen, bekannt [22]. Für eine dreidimensionale Feldsimulation neuer, unrunder Elemente wie z. B. der Kammlinse müssen daher erst geeignete Ersatzladungen entwickelt werden, die den obigen Anforderungen genügen, bevor eine Ersatzladungssimulation sinnvoll durchgeführt werden kann. In der Wahl der Ersatzladungen liegt der Schlüssel zur erfolgreichen numerischen Simulation einer komplizierten Linse, wie sie die Kammlinse darstellt.

#### 4.1.1 Vorstellung der Ersatzladungselemente

Für die numerische Simulation der Potentiale bzw. Felder innerhalb der Kammlinse benötigen wir zwei verschiedene Klassen von Ersatzladungen. Eine für die Simulation der Schlitzblenden und eine, welche die Multipole auf der segmentierten Mittelelektrode realisiert.

Vom zuletzt genannten Element wird außerdem gefordert, daß eine weite Verschiebung des Potentials entlang einer Linie möglich wird. Ersatzladungselemente, die diese Eigenschaft besitzen sind bisher unbekannt und müssen daher erst entwickelt werden.

#### Linienladungen für die Synthese von Multipolen

Für die numerische Simulation der Potentiale auf den Lamellen der segmentierten Mittelelektrode werden Ersatzladungselemente benötigt, aus denen sich durch Superposition ein konstanter Potentialwert entlang einer Linie von endlicher Länge erzeugen läßt. Wie wir später in Abschnitt 4.2 sehen werden, kann man aus solchen endlichen Stablungen Multipol- und sogar Rundlinsenfelder durch Überlagerung erzeugen.

Für die Darstellung eines konstanten Potentialwerts entlang eines Stabes der Länge  $L$  führen die neu entwickelten *Monomladungen* längs einer Linie zum Ziel. Hierunter verstehen wir Linienladungen, die mit einer Ladungsdichte proportional zur  $n$ -ten Potenz des Abstands  $(z - z_0)$  von der Linienmitte  $z_0$  belegt sind, welche an den Enden abrupt auf Null abfällt. Die Verwendung dieser Ladungselemente berücksichtigt den physikalischen Sachverhalt, daß die Ladungsdichte in einem endlichen, leitenden und geladenen Draht zu den Enden hin zunimmt. Deshalb

setzen wir für die Ladungsdichte entlang des Stabs einen Potenzreihenansatz der Form  $\rho \propto \kappa_n (z - z_0)^n$  an.

Die Ladungsdichte  $\rho_n(\mathbf{r})$  einer solchen Monomladung  $n$ -ter Ordnung hat die Form

$$\rho_n(\bar{\mathbf{r}}) = \kappa_n \delta(\bar{x} - x_s) \delta(\bar{y} - y_s) \left( \frac{2(\bar{z} - z_0)}{L} \right)^n \times \left\{ \theta(\bar{z} - (z_0 - \frac{L}{2})) - \theta(\bar{z} - (z_0 + \frac{L}{2})) \right\}. \quad (4.9)$$

Hier steht  $x_s$  für die  $x$ - und  $y_s$  für die  $y$ -Koordinate des Staborts;  $z_0$  bezeichnet seinen Mittelpunkt und  $L$  seine Länge. Der Koeffizient der Linienladungsdichte wird mit  $\kappa_n$  bezeichnet.  $\theta(z)$  symbolisiert die Heavisidesche Sprungfunktion.

Wird der obige Ausdruck für die Ladungsdichte (4.9) in die allgemeine Lösung der Laplacegleichung für den freien Raum

$$\phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0} \int \frac{\rho(\bar{\mathbf{r}})}{|\mathbf{r} - \bar{\mathbf{r}}|} d^3\bar{\mathbf{r}} \quad (4.10)$$

eingesetzt [23], so erhalten wir das Potential  $\phi_n(\mathbf{r})$  der Monomladung der Ordnung  $n$  am Aufpunkt  $\mathbf{r}$

$$\phi_n(\mathbf{r}) = \frac{\kappa_n}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0} \int_{z_0 - \frac{L}{2}}^{z_0 + \frac{L}{2}} \frac{\left( \frac{2(\bar{z} - z_0)}{L} \right)^n d\bar{z}}{\sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 + (z - \bar{z})^2}} \quad (4.11)$$

$$= \frac{\kappa_n}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0} \frac{L}{2} \int_1^{-1} \frac{u^n}{\sqrt{a + bu + cu^2}} du \quad (4.12)$$

$$:= \frac{\kappa_n}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0} \frac{L}{2} I_n. \quad (4.13)$$

Durch Übergang zu der neuen Koordinate  $u = 2(\bar{z} - z_0)/L$  lassen sich die Integrale  $I_n$  ausgehend von den beiden Basisintegralen

$$I_0 = \int_1^{-1} \frac{du}{\sqrt{a + bu + cu^2}} = \left[ \frac{1}{\sqrt{c}} \ln \left( 2\sqrt{c(a + bu + cu^2)} + 2cu + b \right) \right]_{-1}^1 \quad (4.14)$$

$$I_1 = \int_1^{-1} \frac{u du}{\sqrt{a + bu + cu^2}} = \left[ \frac{\sqrt{a + bu + cu^2}}{c} \right]_{-1}^1 - \frac{b}{2c} \int_{-1}^1 \frac{du}{\sqrt{a + bu + cu^2}} \quad (4.15)$$

mit Hilfe der Rekursionsformel

$$I_n = \left[ \frac{u^{n-1}}{nc} \sqrt{a + bu + cu^2} \right]_{-1}^1 - \frac{(2n-1)b}{2nc} I_{n-1} - \frac{(n-1)a}{nc} I_{n-2} \quad (4.16)$$

analytisch berechnen. Die Abkürzungen  $a$ ,  $b$  und  $c$  bedeuten:

$$\begin{aligned} a &= (x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 + (z - z_0)^2 \\ b &= -L(z - z_0), \quad c = \frac{L^2}{4}. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Durch Überlagerung der Potentiale  $\phi_n$ , die von Ladungsverteilungen mit unterschiedlichen Exponenten in  $z$  erzeugt werden, entsteht ein Gesamtpotential der Form

$$\phi(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^N a_n \phi_n(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^N b_n I_n \quad (4.18)$$

mit

$$b_n = \frac{\kappa_n}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0} \frac{L}{2}. \quad (4.19)$$

Für bezüglich der Kammbledenmitte symmetrische Gesamtsysteme tragen nur Ladungsdichten mit geradzahigen Exponenten zur Synthese des Potentials bei.

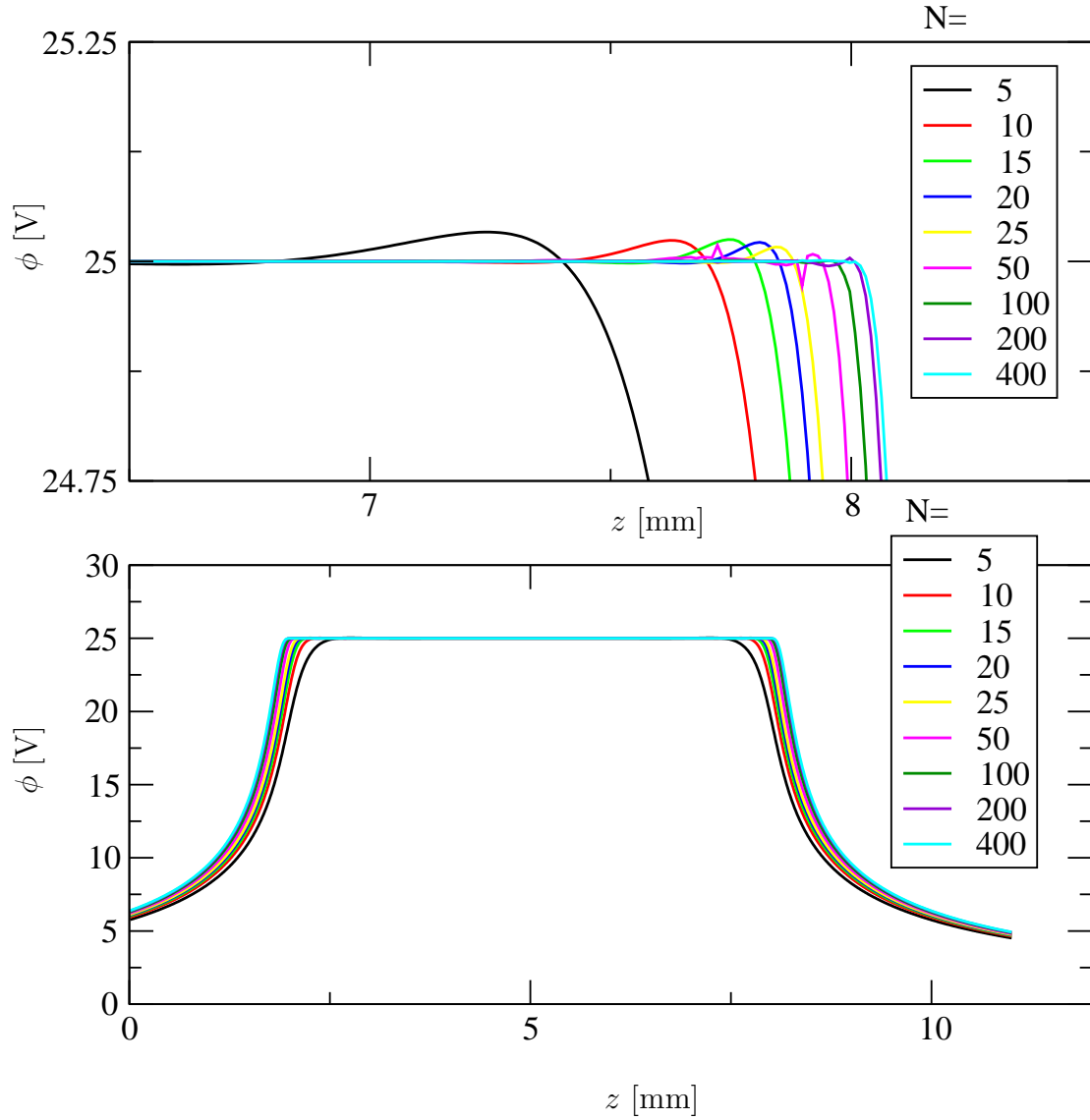
Die  $N/2$  freien Parameter  $b_n$  bezeichnen die verallgemeinerten Ladungsstärken, die aus dem Gleichungssystem (4.5) durch Gaußelimination bestimmt werden. Die entsprechenden  $N/2$  Bedingungen pro Lamelle zur Aufstellung des Gleichungssystems erhält man aus der Forderung, daß das Potential in den Testpunkten  $(x_s, y_s - \epsilon y_s/|y_s|, z_l)$ ;  $l = 1, \dots, N/2$  auf der Staboberfläche das konstante Lamellenpotential annimmt. Die Testpunkte sind in  $z$ -Richtung auf einer Hälfte des Stabes äquidistant verteilt:

$$z_l = z_0 + \frac{L}{N} l. \quad (4.20)$$

Der Wert der  $x$ -Koordinate von Linienladung und Testpunkt stimmt überein. In  $y$ -Richtung werden die Testpunkte im Abstand  $\epsilon$  in Richtung der Achse von der Linienladung entfernt angeordnet.

Nach erfolgreicher Bestimmung der Koeffizienten  $b_n$  bleibt zu untersuchen, ab welcher Anzahl von Exponenten das Potential des Stabs ausreichend kleine Abweichungen vom Lamellenpotential zeigt. Erwartungsgemäß treten die größten Abweichungen an den Stabenden zu Tage. Mit zunehmender Anzahl  $N$  werden diese Abweichungen kleiner. Dies wird in Abbildung 4.1 verdeutlicht, in der die numerisch berechneten Potentialwerte in Abhängigkeit von dem größten berücksichtigten Exponenten  $N$  aufgetragen sind.

Da eine analytische Lösung des Potentialproblems einer endlichen Linie auf vorgegebenem, festem Potential nicht möglich ist, müssen wir die Güte einer



**Abbildung 4.1:** Das Potential auf einem Stab in Abhängigkeit von der Anzahl der Testpunkte. Das geforderte Potential längs der Linie beträgt 25 V, die Länge des Stabs 6 mm,  $x = y = x_s = y_s = 0$  und  $z_0 = 5$  mm, die Testpunkte sind äquidistant auf dem Leiter verteilt. Im oberen Graphen ist die rechte Kante der Potentialverteilung vergrößert dargestellt. Zur Berechnung der Graphen wurden  $M = 1000$  Kontrollstellen benutzt,  $z_{max}$  beträgt 11 mm.

numerischen Lösung durch den Vergleich mit einer mit hoher Genauigkeit berechneten Referenzkurve beurteilen. Als diese Referenz haben wir die Kurve mit einer Testpunktanzahl  $N = 400$  gewählt, da diese im Vergleich zu denen mit einer geringeren Anzahl von Testpunkten eine Art „Grenzkurve“ darstellt (siehe Abbildung 4.1).

Als Maß für die Güte der numerischen Simulation in Abhängigkeit von der Anzahl der Testpunkte  $N$  haben wir die mittlere quadratische Abweichung

$$\sigma_\phi = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^M (\phi_i^n - \phi_i^{400})^2}}{M\phi_0} \quad (4.21)$$

an  $M$  Kontrollstellen bezogen auf das Sollpotential und die Zahl der Kontrollstellen  $M$  eingeführt. Die Lagen der Kontrollstellen sind von denen der Testpunkte verschieden und befinden sich bei  $\mathbf{r}_i = (0, 0, i z_{\max}/M)$ . In der Tabelle 4.1 und in Abbildung 4.1 sind die Kontrollgrößen und die dazugehörigen Potentialkurven aufgetragen.

N	$\sigma_\phi$
5	$2,526 \times 10^{-3}$
10	$1,849 \times 10^{-3}$
15	$1,522 \times 10^{-3}$
20	$1,293 \times 10^{-3}$
25	$1,112 \times 10^{-3}$
50	$7,387 \times 10^{-4}$
100	$3,905 \times 10^{-4}$
200	$1,229 \times 10^{-4}$

**Tabelle 4.1:** Mittlere quadratische Abweichungen  $\sigma_\phi$  der Potentialkurven im Vergleich zur Referenzkurve mit  $N = 400$  in Abhängigkeit von der Anzahl  $N$  der Testpunkte auf den Stäben. Die Anzahl der Kontrollstellen des Potentials beträgt  $M = 1000$ .

Als Ergebnis erhalten wir, daß schon bei der geringen Anzahl von  $N = 5$  eine glatte Potentialverteilung mit einer Abweichung – gegeben durch das  $\sigma_\phi$ -Kriterium – im Promillebereich erhalten wird. Mit zunehmender Anzahl der Testpunkte  $N$  wird diese Abweichung stets geringer. Lediglich im Bereich um die Stabenden sind in Abbildung 4.1 Abweichungen sichtbar.

Damit wird eine genaue Simulation des Potentials bzw. des elektrischen Felds für einen Stab der Länge  $L$  auf konstantem Potential bereits mit der geringen Anzahl von fünf Monomladungen möglich.

## Die Flächenladung

Für die Berechnung der Kammlinse benötigen wir zusätzlich zu den Monomladungen noch Ersatzladungselemente, die das Potential einer endlichen Schlitzblende beschreiben.

Für eine unendlich ausgedehnte Schlitzblende ist die Potentialverteilung bekannt. Dieses zweidimensionale Problem läßt sich recht einfach z. B. mit Hilfe der Methode der konformen Abbildungen lösen [24, 25]. Das Potential der Schlitzblende ist gegeben durch

$$\begin{aligned}\phi_s(y, z) &= \Re \left[ (E_1 - E_2) \sqrt{r_0^2 + \xi^2} - (E_1 + E_2) \xi \right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{8}} \left[ (E_1 - E_2) \sqrt{r_0^2 + z^2 - y^2 + \sqrt{(r_0^2 + z^2 - y^2)^2 + 4z^2 y^2}} - \sqrt{2} (E_1 + E_2) x \right].\end{aligned}\quad (4.22)$$

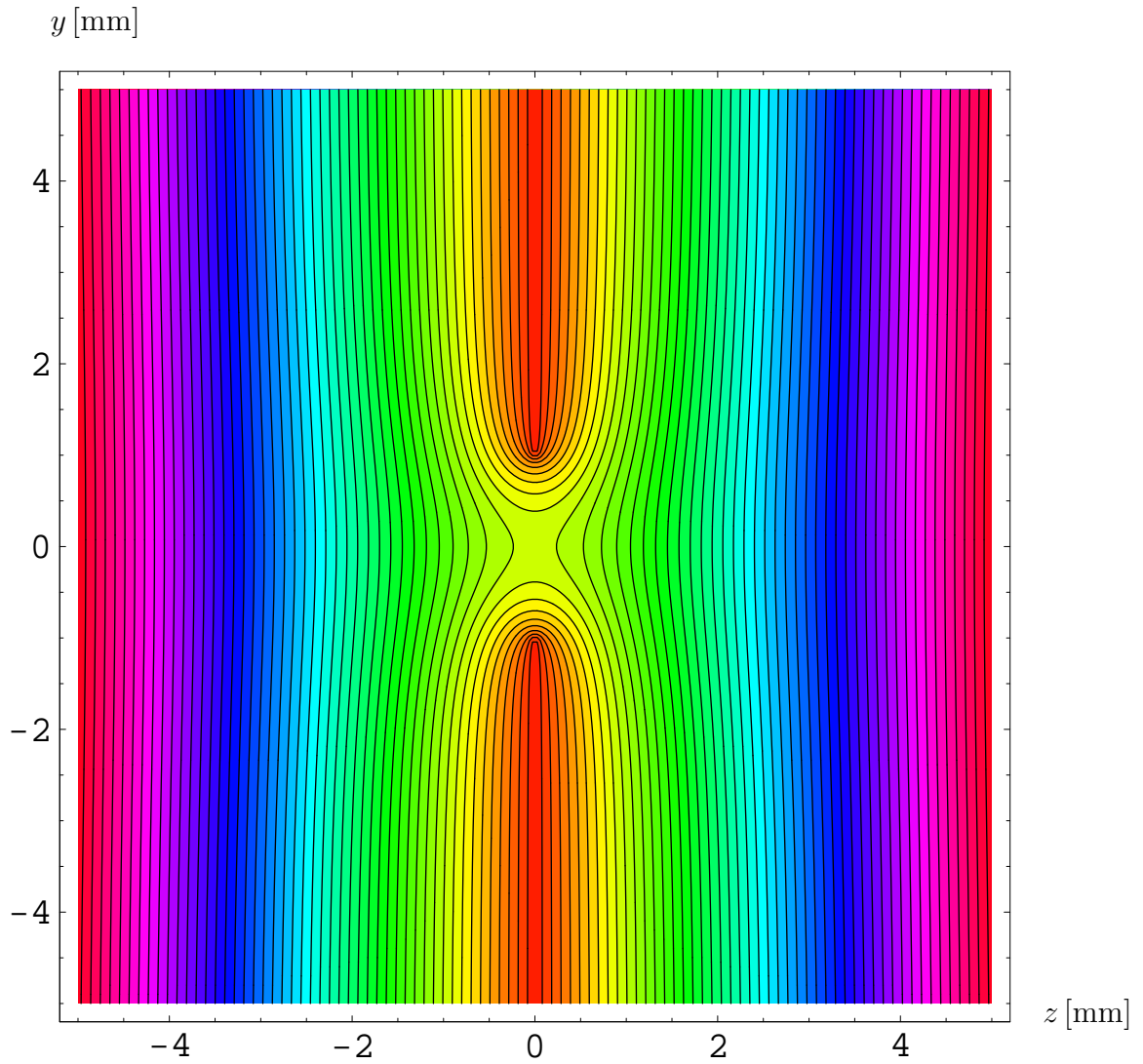
Hierbei bezeichnet  $r_0$  die halbe Öffnung der Schlitzblende, die mit den Teilen  $|y| \geq r_0$  der  $xy$ -Ebene ( $z = 0$ ) eines kartesischen Koordinatensystems zusammenfällt ( $\xi = z + iy$ ). Wenn wir die Wurzel in der ersten Zeile der Gleichung 4.22 positiv nehmen, dann stellen  $E_1$  bzw.  $E_2$  die Feldstärken in großer Entfernung der Blende für große negative bzw. positive Werte der  $z$ -Koordinate dar.

Den Potentialverlauf im  $yz$ -Schnitt senkrecht zur Richtung des unendlich ausgedehnten Schlitzes in  $x$ -Richtung zeigt Abbildung 4.2.

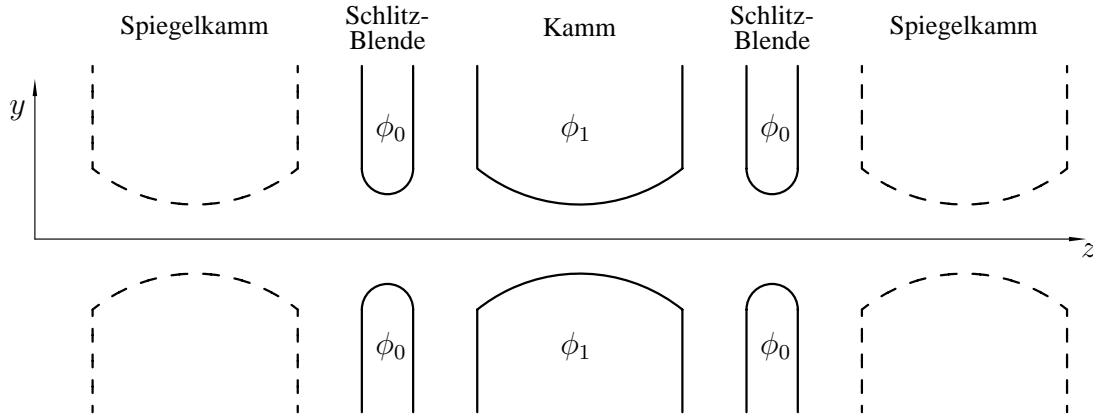
Die oben beschriebene Potentialverteilung einer freistehenden Schlitzblende läßt sich nur anwenden, wenn sich diese nicht in der Nähe eines weiteren felderzeugenden Elements befindet. Die Ladungen der benachbarten Kammbende, auf der zusätzlich ein Quadrupol generiert wird, erzeugen Influenzladungen auf der benachbarten leitenden Schlitzblendenoberfläche. Im Modell kann man diesen Effekt entweder durch Spiegelladungen oder spezielle Ersatzladungselemente berücksichtigen. Diese müssen derart konzipiert werden, daß – trotz der benachbarten Ladungsverteilungen – unter Berücksichtigung aller Ladungen des Gesamtsystems das Potential auf der Blendenoberfläche seinen vorgegebenen konstanten Wert beibehält. Die Lösung des Potentialproblems mittels Spiegelladungen läuft auf das in Abbildung 4.3 skizzierte Modellproblem auf.

Die Auswirkungen der Ladungen der Kammbende auf die benachbarten Blenden werden durch Spiegelladungen – in der Zeichnung als „Spiegelkämme“ bezeichnet – berücksichtigt. Durch Superposition des Kammpotentials, zweier Blendenfunktionen nach Formel (4.22) und der Potentiale der beiden Spiegelkämme, gewonnen durch Spiegelung an der als geschlossenen Äquipotentialfläche betrachteten Blendenebene, kann das Potential in der Form einer Reihe erhalten werden.

Dieses Modell besitzt jedoch den schwerwiegenden Nachteil, daß bei der Spiegelung des Kammpotentials die Existenz der Blendenöffnung nicht berücksichtigt wird. Deshalb kann dieses Modell den Felddurchgriff in dem für die elektronenoptische Abbildung wichtigen Bereich in der Umgebung der Blendenebene nicht



**Abbildung 4.2:** Potentialverlauf im  $yz$ -Schnitt bei der halben Schlitzblende  $r_0 = 1$  mm bei in  $x$ -Richtung unendlich ausgedehntem Schlitz nach Formel (4.22). ( $E_1 = -E_2$ ).



**Abbildung 4.3:** Modell zur Beschreibung der Kammlinse mittels Spiegelladungen.

beschreiben. Außerdem berücksichtigen die Schlitzblendenfunktionen die endliche Länge des Schlitzes nicht. Die im folgenden vorgestellten Ersatzladungselemente besitzen aber diese Nachteile nicht. Sie können reale Schlitzblenden endlicher Ausdehnung (bei den Anordnungen in die  $x$ -Richtung gelegt) und mit endlicher Schlitzbreite (in  $y$ -Richtung) darstellen.

Für die Ersatzladungselemente wählen wir Ladungsdichten  $\rho(\bar{\mathbf{r}}_{nm})$  der Form

$$\rho(\bar{\mathbf{r}}_{mn}) = \beta \left( \frac{2\bar{x}}{x_L} \right)^n \left| \frac{\bar{y}}{y_L} \right|^m \delta(\bar{z} - z_0) \left\{ \theta(\bar{x} - \frac{x_L}{2}) - \theta(\bar{x} + \frac{x_L}{2}) \right\} \\ \times \left[ \left\{ \theta(\bar{y} - y_0) - \theta(\bar{y} - (y_L + y_0)) \right\} + \left\{ \theta(\bar{y} + y_L + y_0) - \theta(\bar{y} + y_0) \right\} \right]. \quad (4.23)$$

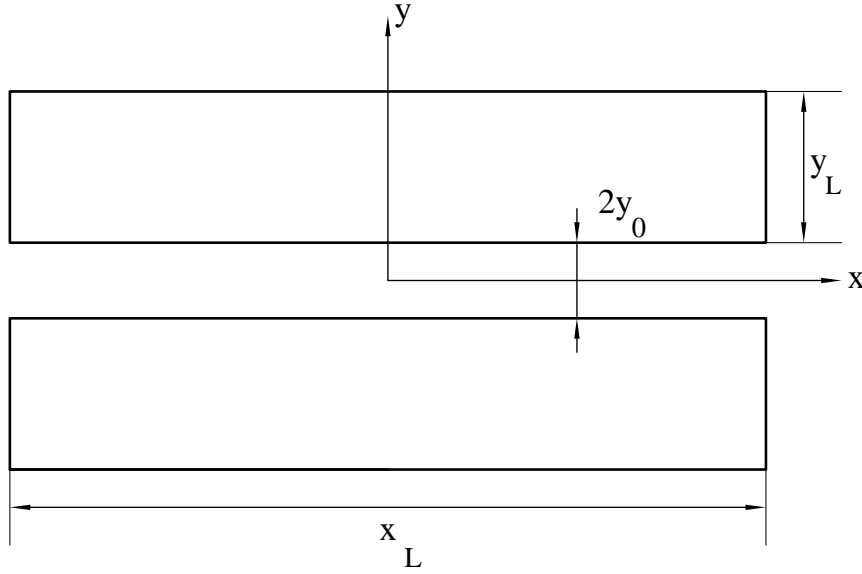
In der Formel stehen  $z_0$  für die  $z$ -Position der Blendenebene und  $\beta$  für die einheitsnormierte Flächenladungsdichte. Die Bedeutung der übrigen Größen  $x_L$ ,  $y_L$  und  $y_0$  geht aus Zeichnung 4.4 hervor.

Hieraus ergibt sich durch Einsetzen in die Formel (4.10) eine Potentialfunktion  $\phi_{nm}(\mathbf{r})$ :

$$\phi_{nm}(\mathbf{r}) = \frac{\beta}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0} \int_{\bar{y}=y_0}^{y_0+y_L} \int_{\bar{x}=-\frac{x_L}{2}}^{\frac{x_L}{2}} \left[ \frac{\left( \frac{2\bar{x}}{x_L} \right)^n \left| \frac{\bar{y}}{y_L} \right|^m}{\sqrt{(\bar{x} - x)^2 + (\bar{y} - y)^2 + (z_0 - z)^2}} \right. \\ \left. + \frac{\left( \frac{2\bar{x}}{x_L} \right)^n \left| \frac{\bar{y}}{y_L} \right|^m}{\sqrt{(\bar{x} - x)^2 + (\bar{y} + y)^2 + (z_0 - z)^2}} \right] d\bar{x} d\bar{y} \quad (4.24)$$

$$=: \frac{\beta}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0} F_{nm}. \quad (4.25)$$





**Abbildung 4.4:** Geometrie der Flächenladung.

Diese Potentialfunktion besitzt aufgrund ihrer Konstruktion die geforderte Symmetrie ( $y \rightarrow -y$ ,  $\phi \rightarrow \phi$ ). Denn die Potentiale  $\phi_{mn}(\mathbf{r})$  entstehen durch Überlagerung der Potentialfunktionen der oberen und unteren Platte der Schlitzblende.

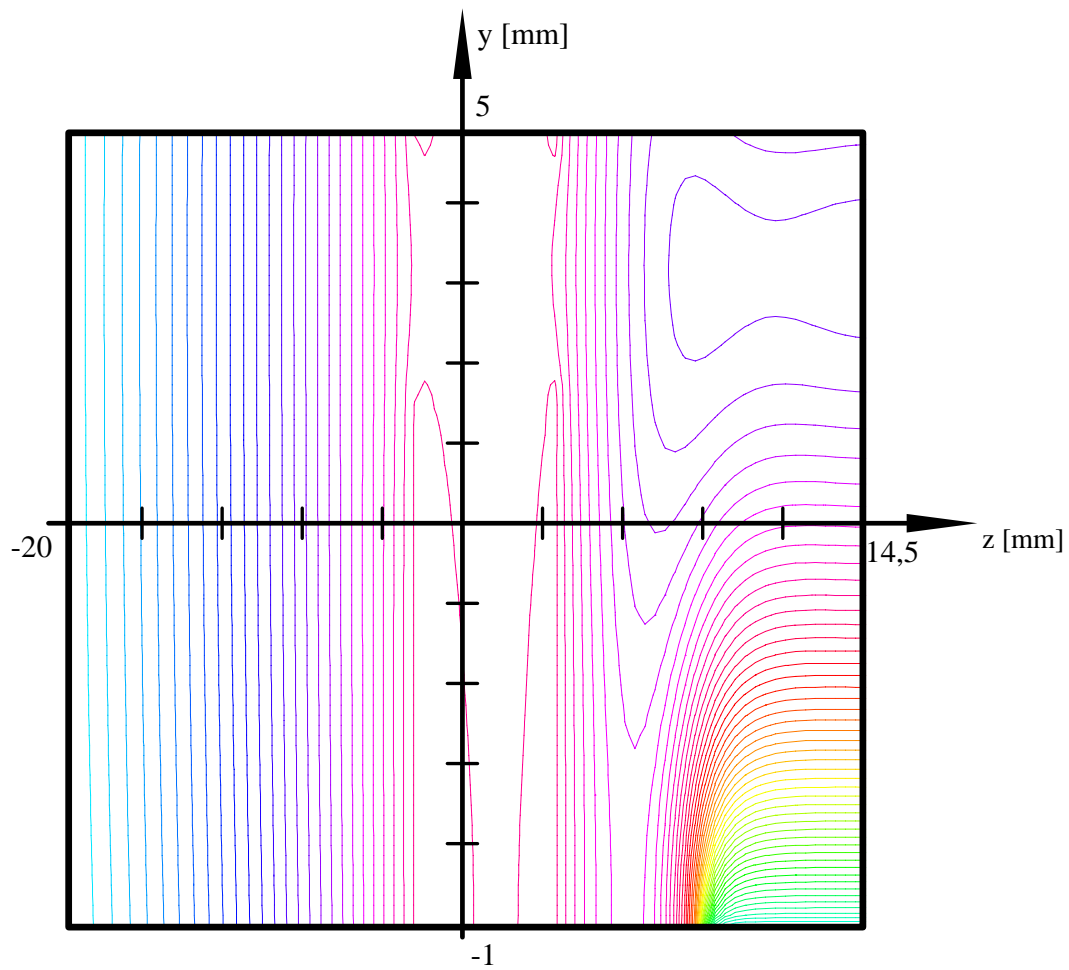
Die  $\bar{x}$ -Integration in Formel 4.24 läßt sich analytisch ausführen. Die danach noch verbleibende  $\bar{y}$ -Integration im allgemeinen jedoch nicht. Da die nach der  $\bar{x}$ -Integration erhaltenen Ausdrücke für größere Exponenten  $n$  sehr umfangreich werden, führt eine adaptive zweidimensionale numerische Integration mit Hilfe des DCUHRE-Codes [26], der die gleichzeitige Berechnung aller auftretenden Integrale des Typs  $F_{nm}$  ermöglicht, deutlich schneller zum Ziel als die einmalige analytische Integration und anschließende einmalige numerische Integration.

Das Gesamtpotential einer Blende erhalten wir durch die Superposition aller Ersatzladungen versehen mit den verallgemeinerten Ladungsstärken  $a_{nm}$ .

$$\phi(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=-s}^t a_{nm} F_{nm}(\mathbf{r}) \quad s, t, N \in \mathbb{N} \quad (4.26)$$

Es stellt sich heraus, daß durch Hinzunahme negativer Exponenten in  $\bar{y}$  in der Ladungsdichte (4.23) die Potentialverteilung mit weniger Ladungselementen sauber dargestellt werden kann.

Ein Beispiel für das simulierte Potential im  $yz$ -Schnitt in der Umgebung des Schlitzes einer bereits in eine Kammlinse links neben dem Kamm integrierte Blende zeigt die Abbildung 4.5.



**Abbildung 4.5:** Das numerisch simulierte Potential einer Kammlinse im Bereich der Blendenöffnung der linken Nachbarblende des Kamms im  $yz$ -Schnitt.

## 4.2 Erzeugung beliebiger Multipole

Bei Abwesenheit von Raumladungen wird ein elektrostatisches Potentialproblem durch die Laplacegleichung  $\Delta\phi(\mathbf{r}) = 0$  beschrieben. Um eine eindeutige Lösung dieses Problems zu erhalten, müssen die Potentialverläufe auf dem geschlossenen oder zumindestens näherungsweise geschlossenen Rand des interessierenden Gebiets festgelegt werden (Dirichletsches Problem).

Gibt man auf dem Rand eine Potentialverteilung vor, die z. B. den Werten eines auf der Achse zentrierten Quadrupols der Form  $\phi(\mathbf{r}) = \phi_{2c}(z)(x^2 - y^2)$  entspricht, so wird dadurch vermöge der Laplacegleichung das Potential im Inneren des Bereichs bestimmt. Es stellt sich also das gewünschte Quadrupolfeld allein durch die Vorgabe der Randwerte ein.

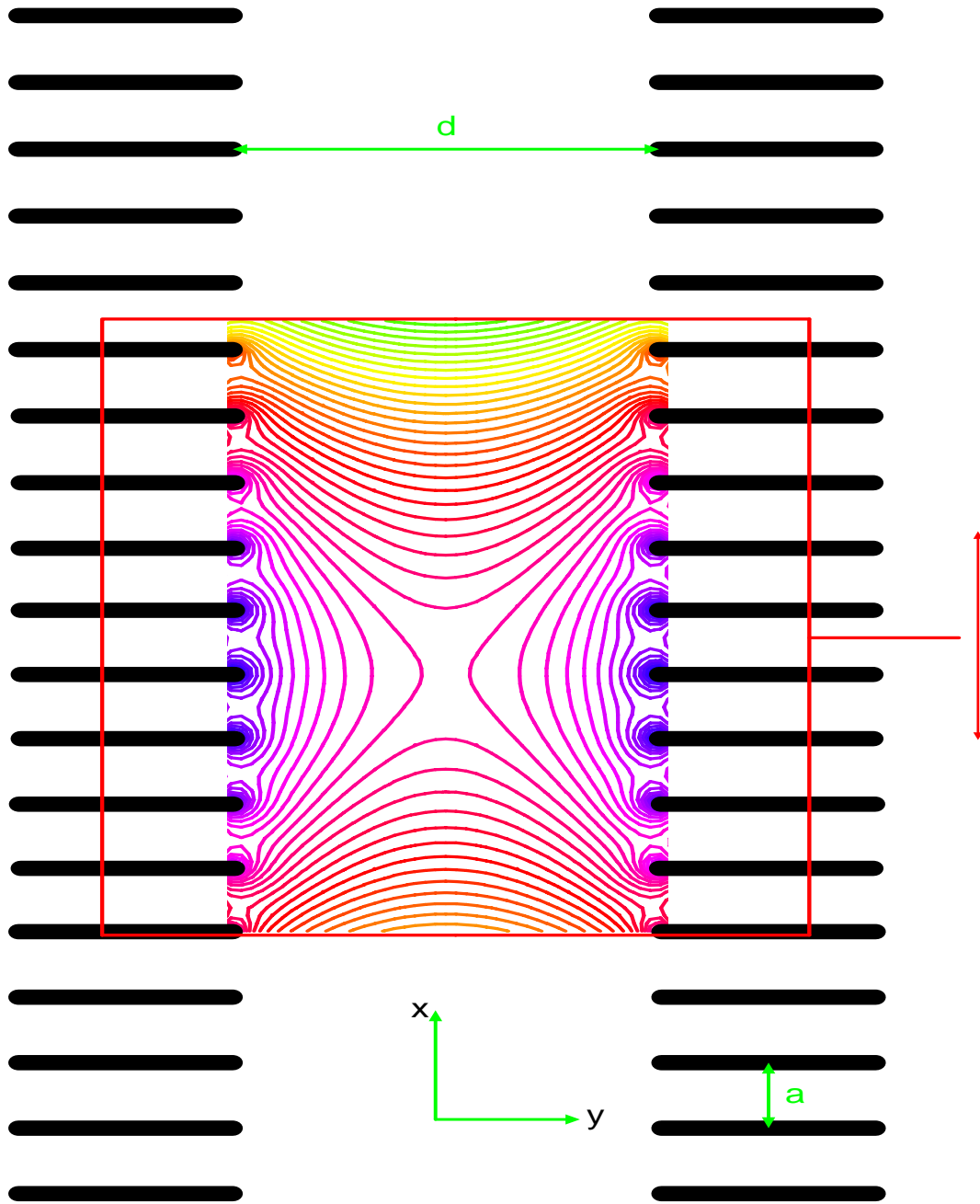
Bei bisherigen elektrostatischen Elektronenlinsen bestehen die Elektroden aus einer zusammenhängenden, ausgedehnten Fläche, deren Geometrie und Potentialbelegung den Potentialverlauf in der Nähe der Symmetrieachse der Linse bestimmt. Die Elektrodenflächen bilden also – mathematisch gesehen – den Rand eines Gebietes und zusammen mit der gegebenen Potentialbelegung die Randbedingungen für ein dreidimensionales Potentialproblem. Aus der Lösung der das System beschreibenden partiellen Differentialgleichung, der Laplacegleichung, ergibt sich dann das elektrische Potential  $\phi(\mathbf{r})$  im Inneren des Bereiches.

Zur Realisierung des elektrischen Multipolfelds der Kammlinse wählen wir eine grundlegend andere Vorgehensweise. Der Multipol (insbesondere der Quadrupol) wird *nicht* durch speziell geformte ausgedehnte Elektroden erzeugt, welche die Symmetrie des gewünschten Multipols durch ihre Zähligkeit um die optische Achse widerspiegeln, sondern durch die Vorgabe eines diskretisierten Potentialverlaufs entlang einer quaderförmigen Berandung. Diese wird durch die auf unterschiedlichen, konstanten Potentialwerten liegende Lamellen der Kammblenke gebildet. Die Anordnung der Stäbe und die Belegung zur Erzeugung eines Quadrupolfelds ist in Abbildung 4.6 dargestellt.

Auf den einzelnen Randelementen können wir nun die Potentialbelegung so wählen, daß wir ein ideales Multipolfeld um eine beliebige Achse in der Mittelebene zwischen den Kämmen erhalten.

Wählen wir die Anzahl der Stäbe groß und den Abstand der Stäbe fein genug, so gelingt die Synthese des gewünschten Multipolfelds in der Umgebung der Achse durch geeignete Überlagerung der Stabpotentiale. Je mehr Stäbe pro Zelle zur Verfügung stehen, desto mehr Multipole können eingestellt werden. Die höheren nicht einstellbaren Multipolterme beeinflussen nur die Welligkeit des Potentials in den achsenfernen Gebieten in der Nähe der Elektroden.

Zur vernünftigen Diskretisierung ist es erforderlich, den Abstand des Elektronenbündels so zu wählen, daß dieser von den Lamellen in  $y$ -Richtung mindestens  $2a$  beträgt. Außerdem sollte die elektronenoptische Designregel berücksichtigt werden, daß Elektroden mindestens dreimal so weit von der optischen Achse entfernt sein sollten wie der maximale Bündelradius. Wählt man den Bündelradius



**Abbildung 4.6:** Erzeugung eines Quadrupols auf der segmentierten Elektrode. Das Äquipotentiallinienbild (Ausschnitt) wurde mit Hilfe des Ersatzladungsverfahrens berechnet. Dazu wurden an den achsseitigen Enden der Lamellen Linienladungen positioniert. In der Praxis wird man an Stelle von Drähten oder Stäben die besser handhabbaren Lamellen verwenden, die in der Abbildung nachträglich schwarz eingezeichnet sind.

von der Größe des Lamellenabstands  $a$ , so ist ein Verhältnis von  $d/a \gtrsim 5$  erforderlich.

Durch die Änderung der Potentialbelegung auf den einzelnen Lamellen gelingt es nun, den einstellbaren Multipol in Schlitzrichtung im Prinzip beliebig weit *kontinuierlich* zu verschieben, was mit konventionellen elektrostatischen Linsen nicht möglich ist (siehe Abschnitt 4.3).

Die optische Achse des Systems soll stets in der  $xz$ -Ebene verbleiben. Dafür ist es notwendig, daß die Dipolkomponente  $\Phi_{1s}$  in der  $y$ -Richtung verschwindet. Die Abbildung mittels solcher Elemente erfolgt dann *torsionsfrei*.

Die Entwicklung des elektrischen Potentials  $\phi(\mathbf{r})$  entlang einer geraden Achse lautet [27]

$$\phi(x, y, z) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} (-1)^{\nu} \frac{\nu!}{\lambda!(\lambda + \nu)!} \left( \frac{w\bar{w}}{4} \right)^{\lambda} \Re \{ \Phi_{\nu}^{[2\lambda]}(z) \bar{w}^{\nu} \}. \quad (4.27)$$

mit der im allgemeinen komplexen Multipolstärke

$$\Phi_{\nu} = \phi_{\nu c} + i\phi_{\nu s} = |\Phi_{\nu}| e^{i\nu\alpha_{\nu}} \quad (4.28)$$

und den komplex zusammengefaßten lateralen Koordinaten

$$w = x + iy, \quad \bar{w} = x - iy. \quad (4.29)$$

Die Phase  $\alpha_{\nu}$  in (4.28) definiert die Orientierung des Multipols in der  $xy$ -Ebene. Bis einschließlich 2. Ordnung in  $w$  bzw.  $\bar{w}$  lautet die Entwicklung (4.27)

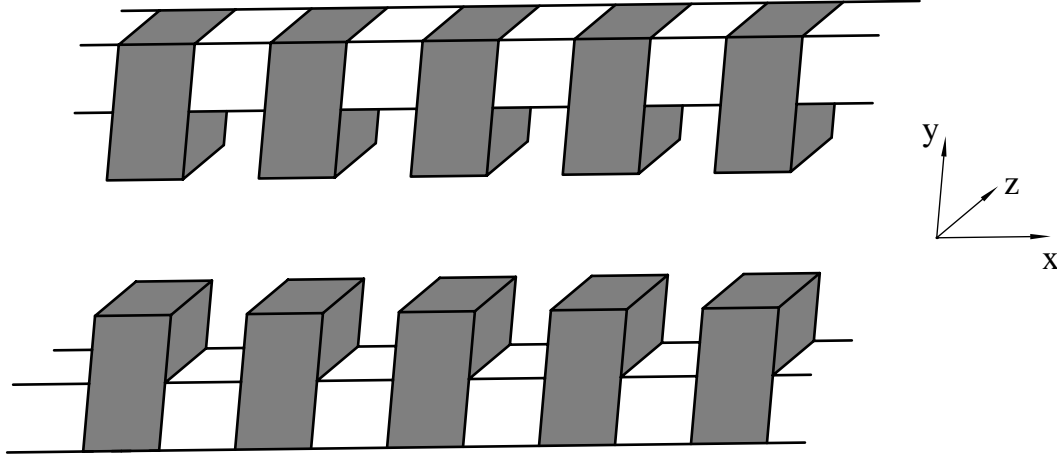
$$\phi(x, y, z) = \phi(z) - \frac{\phi''(z)}{4} + \phi_{1c}(z)x + \phi_{1s}(z)y \quad (4.30)$$

$$+ \phi_{2c}(z)(x^2 - y^2) + \phi_{2s}(z)2xy + O(3). \quad (4.31)$$

Um nun die Dipolkomponente  $\phi_{1s}$  zum Verschwinden zu bringen, fordern wir vom Potential die Symmetrie  $\phi(x, y, z) = \phi(x, -y, z)$ . Hieraus folgt, daß in der Multipolentwicklung (4.27) alle Phasen  $\alpha_{\nu}$  Null oder  $\pi$  sein müssen und vermöge (4.28) nur noch die Komponenten  $\phi_{\nu c}$  übrigbleiben. Alle möglichen Multipole, die zur Konstruktion der Kammlinse benötigt werden, sind in Bezug auf das  $xy$ -Koordinatensystem unverdreht.

Wenn die Dipolkomponente  $\phi_{1s}$  verschwinden soll, benötigt man ein symmetrisches Potential, welches durch zwei gleich erregte gegenüberliegende Lamellen sichergestellt wird. Die Gesamtheit aller Elemente bildet zwei übereinanderliegende Käme wie in Abbildung 4.7 gezeigt.

Hält man sich an die elektronenoptische Designregel, daß Blendenöffnungen (Elektroden allgemein) so zu konzipieren sind, daß die Entfernung zwischen Bündelradius und Elektrode mindestens den dreifachen Bündelradius beträgt, so zeigt sich, daß bei gegebenen Abstand  $d$  der Käme in  $y$ -Richtung ein Segmentierungsabstand von  $a = d/5$  mindestens ausreicht, um im Flugbereich der Strahlteilchen ein glattes Multipolfeld zu erzeugen.



**Abbildung 4.7:** Anordnung des elektrischen Multipolelements der Kammlinse.

Die numerische Simulation von Multipolfeldern mit Stabladungen wird in Abbildung 4.8 für ein Dipolfeld der Gestalt  $\phi(\mathbf{r}) = \phi_{1c} x$ , in Abbildung 4.9 anhand eines Quadrupfelds mit dem Verlauf  $\phi(\mathbf{r}) = \phi_{2c}(x^2 - y^2)$  und in Abbildung 4.10 durch das Äquipotentiallinienbild eines Hexapolfelds mit der elektrischen Potentialfunktion  $\phi(\mathbf{r}) = \phi_{3c}(x^3 - 3xy^2)$  demonstriert.

Die zur Berechnung der in den Abbildungen 4.8 und 4.9 gezeigten Äquipotentiallinienbilder benutzte Konfiguration besteht aus insgesamt 41 Stabpaaren, die symmetrisch zur  $x$ -Achse mit einem Abstand  $a = 0,5 \text{ mm}$  in  $x$ -Richtung und  $d = 2,5 \text{ mm}$  in  $y$ -Richtung angeordnet sind. Die Stäbe sind in Richtung der  $z$ -Achse gelegt und besitzen eine Länge von 15 Millimeter (siehe Skizze 4.11).

Die Potentialverläufe des Quadrupfelds mit der konstanten Stärke Eins entlang eines Kreises mit dem Ursprung  $x = 0$ ,  $y = 0$  und  $z = 11,25 \text{ mm}$  (bei  $3/4$  der Länge des Stabes) für unterschiedliche Kreisradien  $r$  zeigt Abbildung 4.12.

Diese Kurven verdeutlichen die Güte der numerischen Simulation nach dem Ersatzladungsverfahren. Bis knapp an die Orte der Stäbe (bei  $y = \pm 1,5 \text{ mm}$ ) bleibt die vierzählige Symmetrie des azimuthalen Potentialverlaufs erhalten. Von dem exakten Verlauf als Funktion des Azimutwinkels  $\chi$  und des Radius  $r$  mit  $\phi(r, \chi) = -1 \text{ V/mm}^2 r \cos(2\chi)$  besteht nur eine geringe Abweichung. Aus der Entwicklung des Potentials  $\phi(r, \chi)$  nach ebenen Multipolen erhält man für einen Radius von einem Millimeter die in Tabelle 4.2 aufgeführten Multipolstärken.

Für das Dipolfeld der Stärke ein Volt aus Abbildung 4.8 mit derselben geometrischen Anordnung wie vorher lassen sich die azimuthalen Potentialverläufe aus Abbildung 4.13 entnehmen.

Die Multipolkomponenten dieses Potentials, aus Tabelle 4.3 zu entnehmen, zeigen eine geringe Abweichung von den geforderten Werten mit einer Genauigkeit von besser als einem Prozent.

Eine genaue Simulation dieser beiden Multipolfelder ist also möglich!

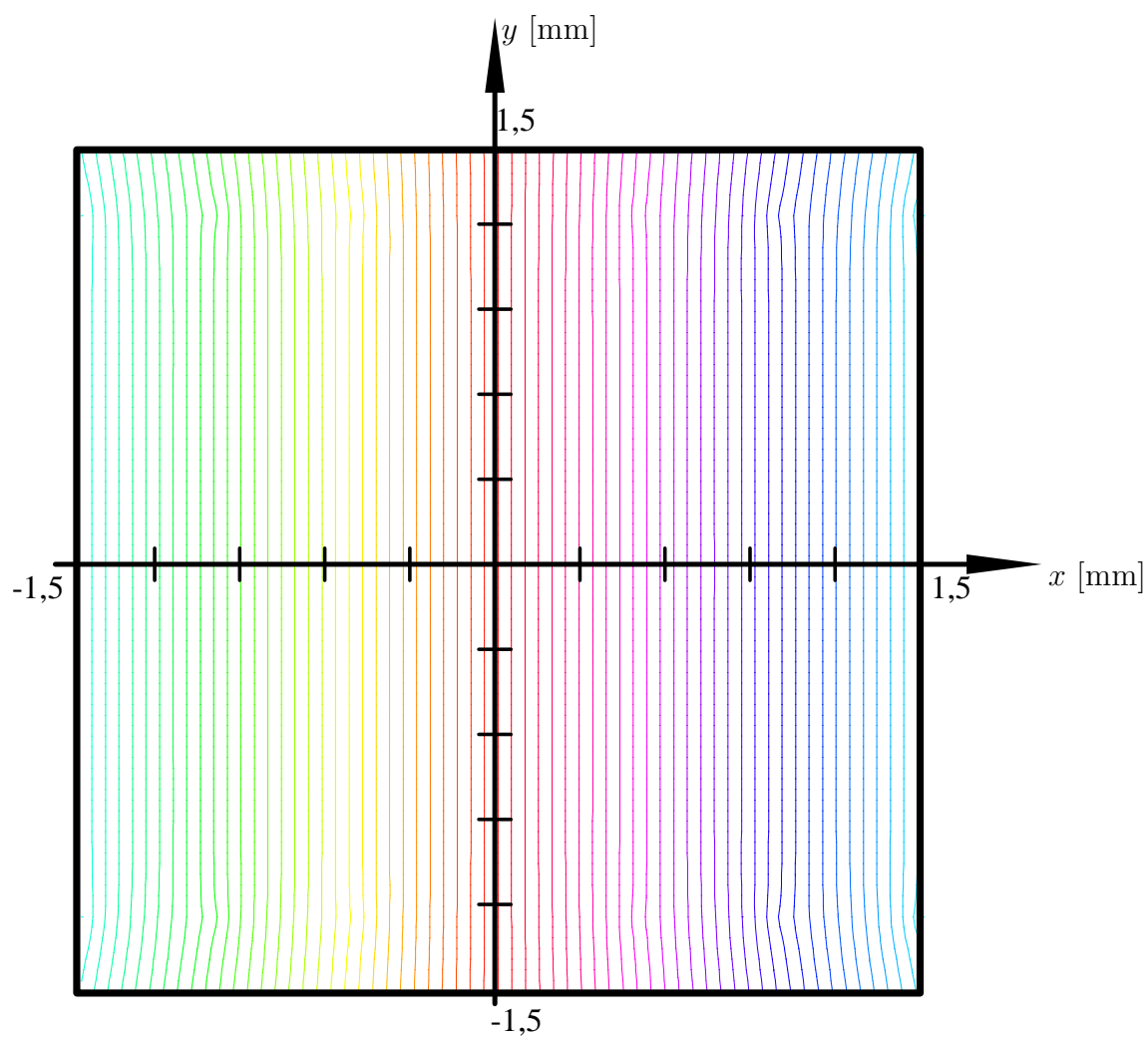
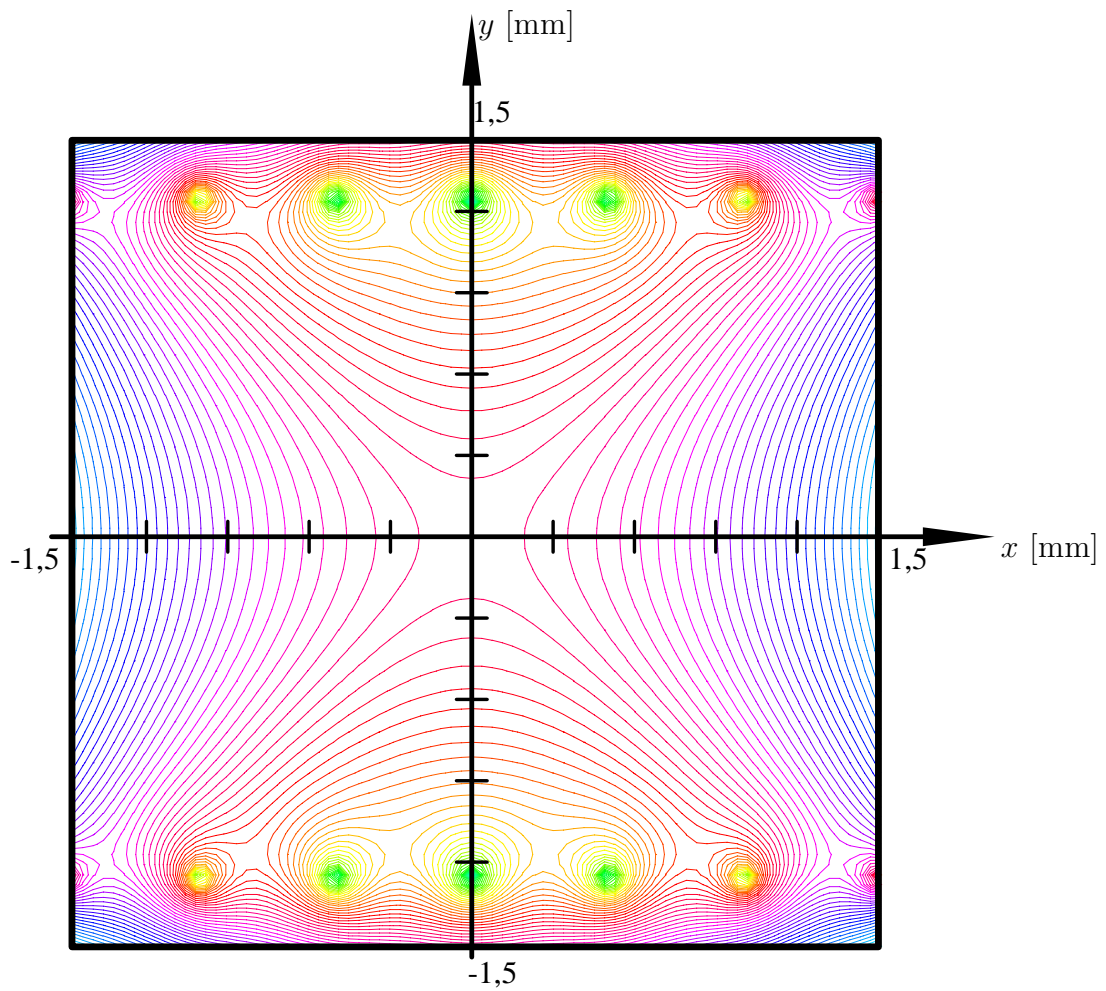


Abbildung 4.8: Simuliertes Dipolfeld.



**Abbildung 4.9:** Simuliertes Quadrupolfeld. Am oberen und unteren Rand sind die erzeugenden Stabladungen als Singularitäten deutlich sichtbar.



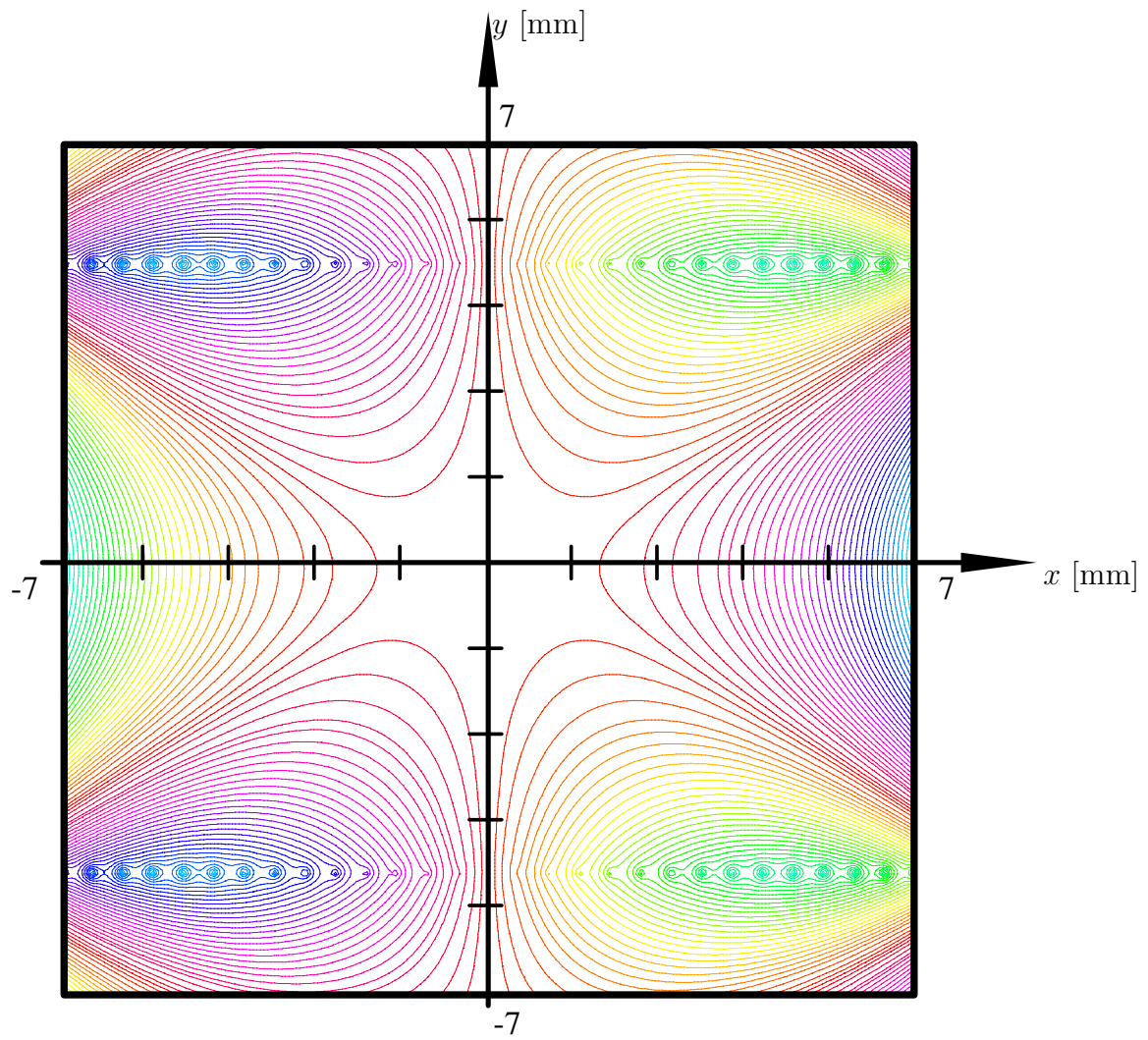
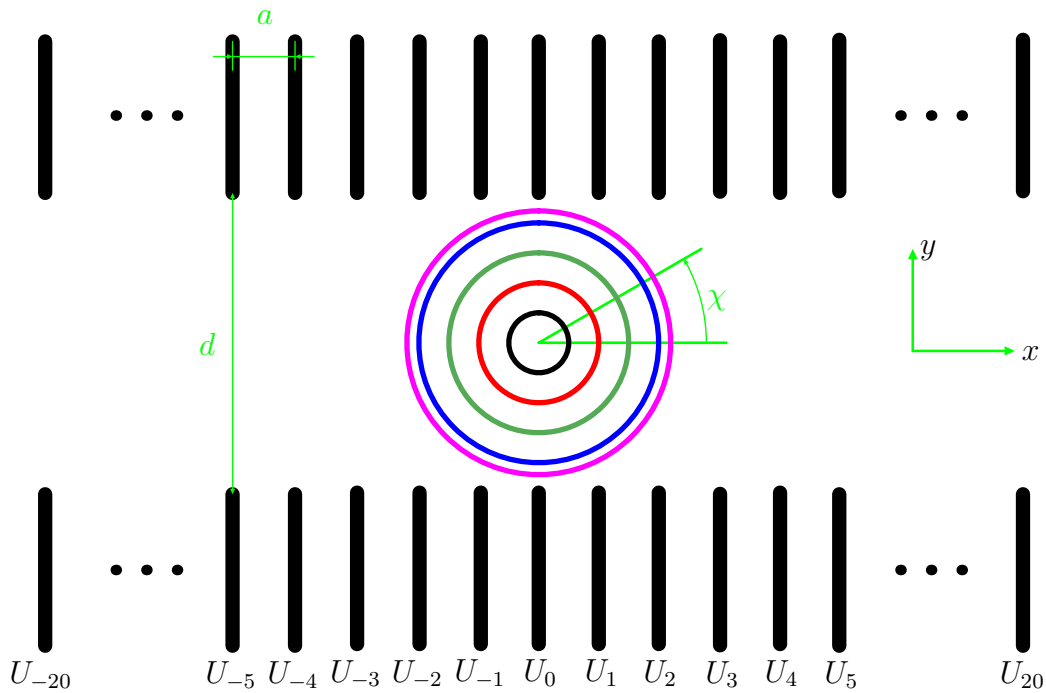
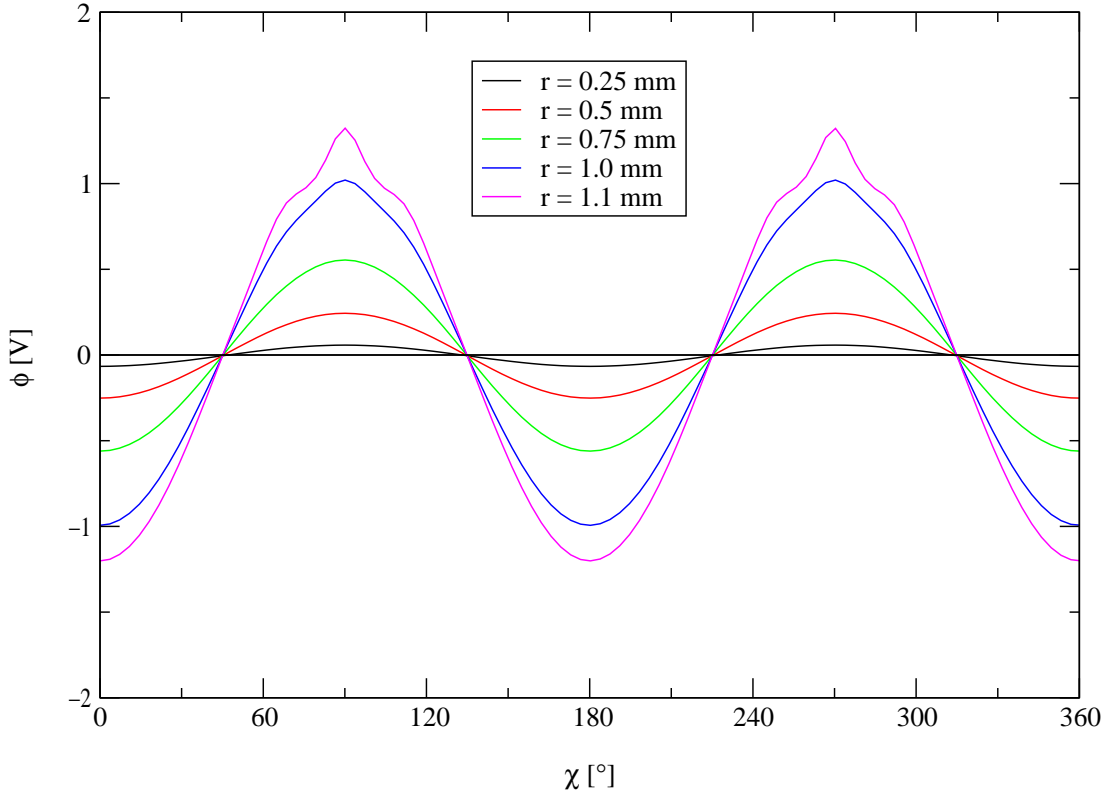


Abbildung 4.10: Simuliertes Hexapolfeld.



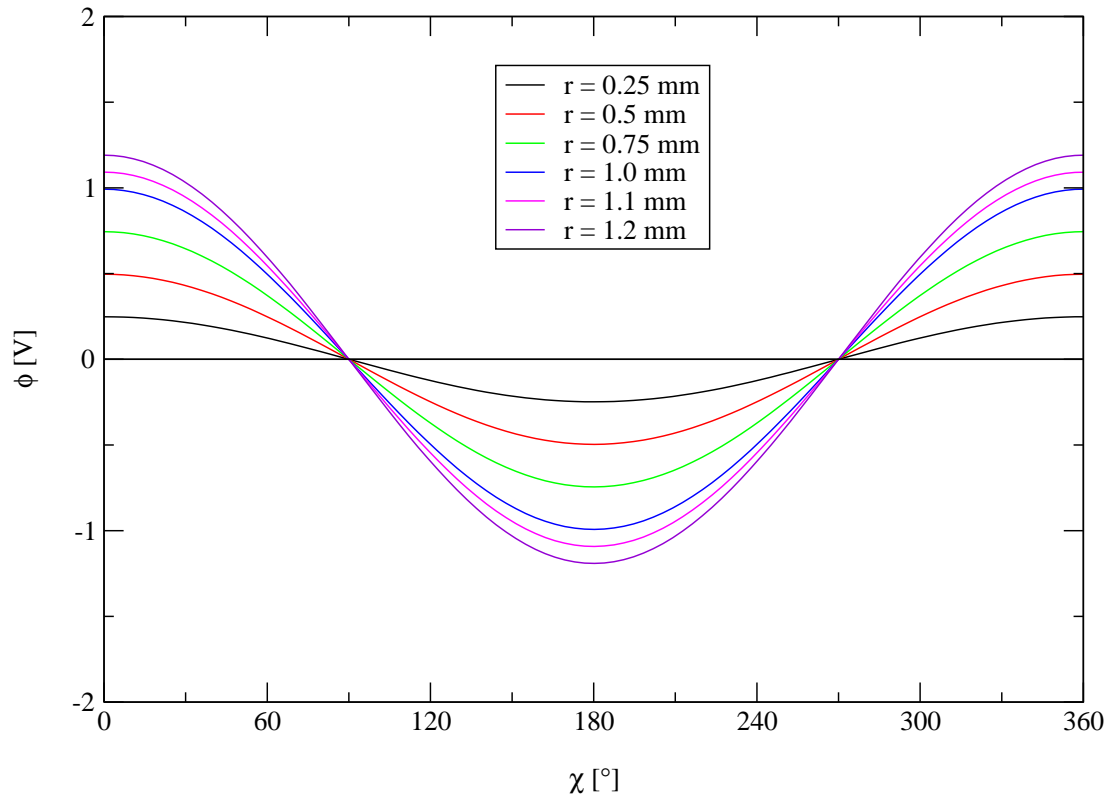
**Abbildung 4.11:** Anordnung der Stabladungen zur Synthese der in den Abbildungen 4.8 und 4.9 dargestellten Multipolfelder. Die farbig eingezeichneten Kreise entsprechen den Radien der azimuthalen Potentialkurven in Abbildung 4.12 und 4.13.



**Abbildung 4.12:** Potentialverläufe entlang eines Kreises bei einem Quadrupol für verschiedene Kreisradien  $r$ .

$n$	$ \phi_{nc} $
1	$3,875 \times 10^{-3} \text{ V/mm}$
2	$9,905 \times 10^{-1} \text{ V/mm}^2$
3	$2,340 \times 10^{-3} \text{ V/mm}^3$
4	$1,289 \times 10^{-3} \text{ V/mm}^4$
5	$5,484 \times 10^{-4} \text{ V/mm}^5$
6	$9,322 \times 10^{-4} \text{ V/mm}^6$
7	$2,969 \times 10^{-4} \text{ V/mm}^7$
8	$3,844 \times 10^{-3} \text{ V/mm}^8$
9	$4,585 \times 10^{-5} \text{ V/mm}^9$
10	$6,272 \times 10^{-3} \text{ V/mm}^{10}$

**Tabelle 4.2:** Fourierzerlegung des azimuthalen Potentialverlaufs des numerisch berechneten Quadrupols mit der geforderten Stärke von  $-1 \text{ V/mm}^2$ . Man beachte, daß die übrigen Multipolstärken um mehr als drei Größenordnungen kleiner sind.



**Abbildung 4.13:** Potentialverläufe entlang eines Kreises bei einem Dipol für verschiedene Kreisradien  $r$ .

n	$ \phi_{nc} $
1	$9,981 \times 10^{-1} \text{ V/mm}$
2	$7,676 \times 10^{-3} \text{ V/mm}^2$
3	$2,918 \times 10^{-3} \text{ V/mm}^3$
4	$1,521 \times 10^{-3} \text{ V/mm}^4$
5	$9,564 \times 10^{-4} \text{ V/mm}^5$
6	$6,481 \times 10^{-4} \text{ V/mm}^6$
7	$4,425 \times 10^{-4} \text{ V/mm}^7$
8	$3,632 \times 10^{-4} \text{ V/mm}^8$
9	$3,175 \times 10^{-5} \text{ V/mm}^9$
10	$2,220 \times 10^{-3} \text{ V/mm}^{10}$

**Tabelle 4.3:** Fourierzerlegung des azimuthalen Potentialverlaufs bei einem Radius  $r = 1 \text{ mm}$  des numerisch berechneten Dipols mit der geforderten Stärke  $1 \text{ V/mm}$ . Die übrigen Multipolstärken sind verschwindend klein.

### 4.3 Elektrische Verschiebung der optischen Achse

Nachdem in den vorherigen Abschnitten der prinzipielle Aufbau der Kammlinse beschrieben wurde, wollen wir in diesem Abschnitt zeigen, daß die optische Achse dieser Anordnung *kontinuierlich* in Schlitzrichtung im Prinzip beliebig weit verschoben werden kann.

Die Schlitzblenden der Kammlinse besitzen Translationssymmetrie in der  $x$ -Richtung längs des Schlitzes. Diese Behauptung gilt streng genommen natürlich nur für unendlich in  $x$ -Richtung ausgedehnte Blenden, da das Ende des Schlitzes diese Symmetrie verletzt.

Eine Verschiebung der optischen Achse ist dann sichergestellt, wenn es gelingt durch den segmentierten Kamm hervorgerufene Multipolfelder in Richtung der ausgezeichneten Symmetrierichtung zu verschieben.

Die Verschiebung des Multipolpotentials gelingt dadurch, daß wir nun die entsprechenden Potentialwerte für einen entlang der  $x$ -Achse verschobenen Multipol an den Stäben des Kamms anlegen. Für einen Quadrupol geht das um den Ursprung der  $xy$ -Ebene (einer Symmetrieeinheit) entwickelte Potential in in das verschobene über, indem die  $x$ -Koordinate durch  $x - \kappa$  ersetzt wird. Die Variable  $\kappa$  bezeichnet hierbei den Parameter der Verschiebung.

Die segmentierte Mittelelektrode besteht aus einzelnen Zellen der Länge  $a$ , die durch den Abstand zweier benachbarter Stäbe in  $x$ -Richtung gegeben ist. Gelingt es nun, durch Änderung der Potentialbelegung auf den einzelnen Lamellen die optische Achse kontinuierlich von einem Ende einer Anordnung einer Einheitszelle zum anderen zu verschieben, also um  $\pm a/2$  Einheiten in Richtung der  $x$ -Achse, so ist es aufgrund der Periodizität der Anordnung möglich die optische Achse längs der kompletten Erstreckung des Kamms in  $x$ -Richtung zu verschieben. Die maximal mögliche Verschiebung in die  $x$ -Richtung wird somit allein durch die räumliche Erstreckung der Linse begrenzt. Eine prinzipielle Begrenzung des Verschiebungsbereichs durch eine Bohrung wie bei den bisher vorgeschlagenen Verfahren (siehe Abschnitt 2.3) besteht *nicht*.

Für die Erzeugung des Quadrupols muß eine vom Verschiebungsparameter  $\kappa$  abhängige Spannung an die Stabpaare  $\phi_i(\kappa)$  angelegt werden. Der Quadrupol wird von  $2N + 1$  Stabpaaren erzeugt Die mit den Indizes  $i = -N, \dots, 0, \dots, N$  versehen sind. Die einzelnen Stabpaare besitzen in  $x$ -Richtung den Abstand  $a$  und in  $y$ -Richtung eine Entfernung  $d$ . Der felderzeugende Bereich erstreckt sich somit von  $x = -Na$  bis  $x = Na$  (siehe Zeichnung 4.11).

Für den unverschobenen Fall ( $\kappa = 0$ ) fällt das Zentrum des Quadrupolfelds mit der Mitte eines Stabpaares (in der Zeichnung 4.11 mit  $U_0$  bezeichnet) zusammen. Bei Änderung der Potentialbelegung  $\phi_i(\kappa)$  läßt sich der Ursprung des Quadrupols in  $x$ -Richtung verschieben. Gelingt eine kontinuierliche Verschiebung von um bis  $\pm 1/2$  mal des Lamellenabstandes ( $\kappa \in [-a/2, a/2]$ ), so gelingt aufgrund der Periodizität die Verschiebung längs des kompletten Kamms.

Der Potentialverlauf eines verschobenen Quadrupols konstanter Stärke wird durch

$$\phi(\mathbf{r}) = \phi_{2c}((x - \kappa)^2 - y^2) \quad (4.32)$$

gegeben.

Nach der Einstellvorschrift (siehe Abschnitt 4.2) müssen an den Orten der Stäbe

$$\rho_i = (x_i, y_i) = (ia, \pm \frac{d}{2}) \quad i = -N, \dots, N \quad (4.33)$$

die Potentiale, die ein solcher Quadrupol dort hervorriefe, erzeugt werden. Die Potentialbelegung  $\phi_i(\kappa)$  zur Erzeugung des Quadrupols wird also durch

$$\phi_i(\kappa) = \begin{cases} a^2 \phi_{2c} \left[ \left(i - \frac{\kappa}{a}\right)^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{d}{a}\right)^2 \right] & \text{falls } i = -N, \dots, N, \\ a^2 \phi_{2c} \left[ \left(N - \frac{\kappa}{a}\right)^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{d}{a}\right)^2 \right] & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.34)$$

gegeben. Die Stäbe, welche nicht zur Erzeugung des Multipols beitragen und außerhalb des felderzeugenden Bereichs liegen ( $x > |Na|$ ), setzen den Potentialwert des Stabs am Rand des Multipols ( $\phi_N(\kappa)$ ), um einen definierten Potentialverlauf am Rand sicherzustellen. Spezialisiert man den Ausdruck (4.34) auf einen Quadrupol konstanter Stärke  $\phi_{2c} = 1 \text{ V/mm}^2$ , einem Abstand  $a$  von einem halben Millimeter und einer Länge  $d$  von 2,5 Millimetern, so resultiert

$$\frac{\phi_i(\kappa)}{\text{V}} = \begin{cases} \frac{1}{4} \left[ \left(i - \frac{\kappa}{a}\right)^2 - \frac{25}{4} \right] & \text{falls } i = -N, \dots, N, \\ \frac{1}{4} \left[ \left(N - \frac{\kappa}{a}\right)^2 - \frac{25}{4} \right] & \text{sonst.} \end{cases} \quad (4.35)$$

Um auf dem Kamm ein Dipolfeld zu erzeugen, muß an den Stäben eine Spannungsbelegung  $\phi_i(\kappa)$  der Form

$$\phi_i(\kappa) = \begin{cases} a \phi_{1c} \left[ i - \frac{\kappa}{a} \right] & \text{falls } i = -N, \dots, N, \\ a \phi_{1c} \left[ N - \frac{\kappa}{a} \right] & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.36)$$

angelegt werden, da das Potential eines Dipols mit konstanter Stärke durch

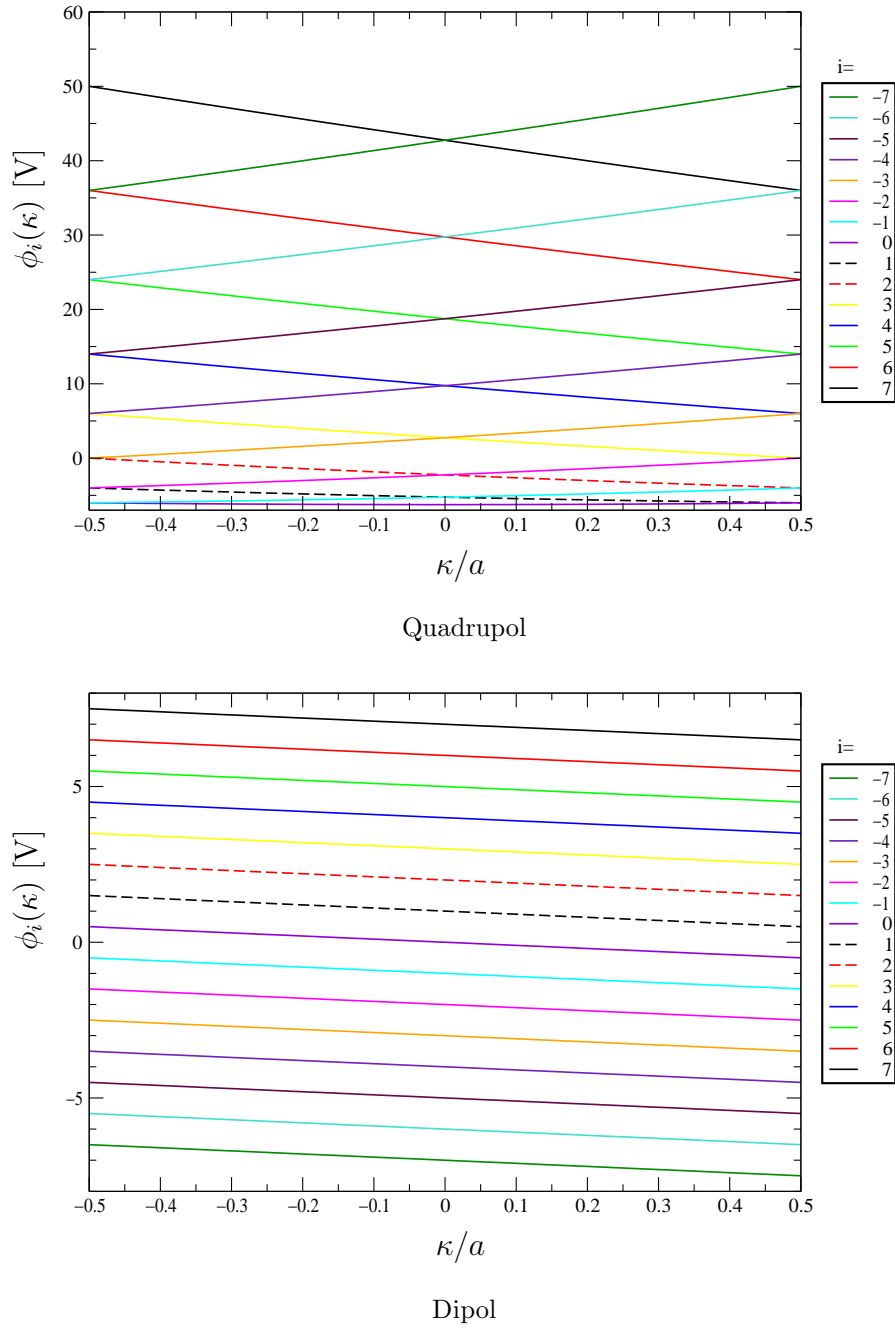
$$\phi(\mathbf{r}) = \phi_{1c} x \quad (4.37)$$

bestimmt wird.

Mit einem Abstand  $a$  von einem halben Millimeter und einer Dipolstärke von  $\phi_{1c} = 1 \text{ V/mm}$  erhalten wir aus Gleichung (4.36) die Belegungsvorschrift

$$\frac{\phi_i(\kappa)}{\text{V}} = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[ i - \frac{\kappa}{a} \right] & \text{falls } i = -N, \dots, N, \\ \frac{1}{2} \left[ N - \frac{\kappa}{a} \right] & \text{sonst.} \end{cases} \quad (4.38)$$

Die zur Synthese eines Quadrupolfelds benötigte Belegung (4.35) und die für die Darstellung eines Dipolfelds nach (4.38) benötigten Potentialwerte der einzelnen Stäbe in Abhängigkeit vom Verschiebungsparameter  $\kappa$  und dem Stabindex  $i$  innerhalb einer Elementarzelle zeigt Abbildung 4.11.



**Abbildung 4.14:** Potentialbelegung der einzelnen Stäbe  $\phi_i(\kappa)$  in Abhängigkeit vom Index  $i$  und dem Verschiebungsparameter  $\kappa$  beim Dipol und Quadrupol. Oben ist die Belegung eines Quadrupols mit der konstanten Stärke von  $1 \text{ V/mm}^2$  und unten die eines Dipols der Stärke  $1 \text{ V/mm}$  dargestellt. Die Geometrie der Anordnung geht aus Abbildung 4.11 hervor.

Die Verschiebung des Quadrupolfelds innerhalb einer Einheitszelle wird in Abbildung 4.14 als Funktion des Verschiebungsparameters  $\kappa$  in Einheiten des Lamellenabstands  $a$  dokumentiert. Zusammen mit dem von der  $x$ -Koordinate unabhängigen Zylinderlinsenfeld ergibt sich damit die Verschiebbarkeit der optischen Achse selbst in von der ursprünglichen Achse weit entfernte Bereiche.

## 4.4 Geometrie und Wirkungsweise der Kammlinse

Wie schon in Abschnitt 3.2 beschrieben besteht die Kammlinse aus der Überlagerung einer Zylinderlinse und einem elektrisch in einer Richtung verschiebbaren Quadrupol. In diesem Abschnitt sollen die optischen Eigenschaften der Bauelemente der Kammlinse und der Weg zu einem Gesamtsystem mit den geforderten Abbildungseigenschaften beschrieben werden.

### 4.4.1 Die elektrische Zylinderlinse

Zylinderlinsen sind aus mehreren Schlitzblenden aufgebaut, die auf unterschiedlichen elektrischen Potentialen liegen. Um eine freistehende Linse zu erhalten, also eine Anordnung, bei der die Nettoelektronenenergie nicht verändert wird und die sich wie eine Glaslinse verschieben läßt, sind mindestens drei Blenden nötig. Solche freistehenden Linsen werden als *Einzellinsen* bezeichnet.

Bei einem *Drei-Blendensystem* befinden sich die äußeren Elektroden auf demselben Potential  $\phi_0$ , die Mittelelektrode nimmt einen davon verschiedenen Potentialwert  $\phi_1$  an, der sowohl kleiner (Verzögerungslinse) oder auch größer (Beschleunigungslinse) als der auf den äußeren Elektroden sein kann.

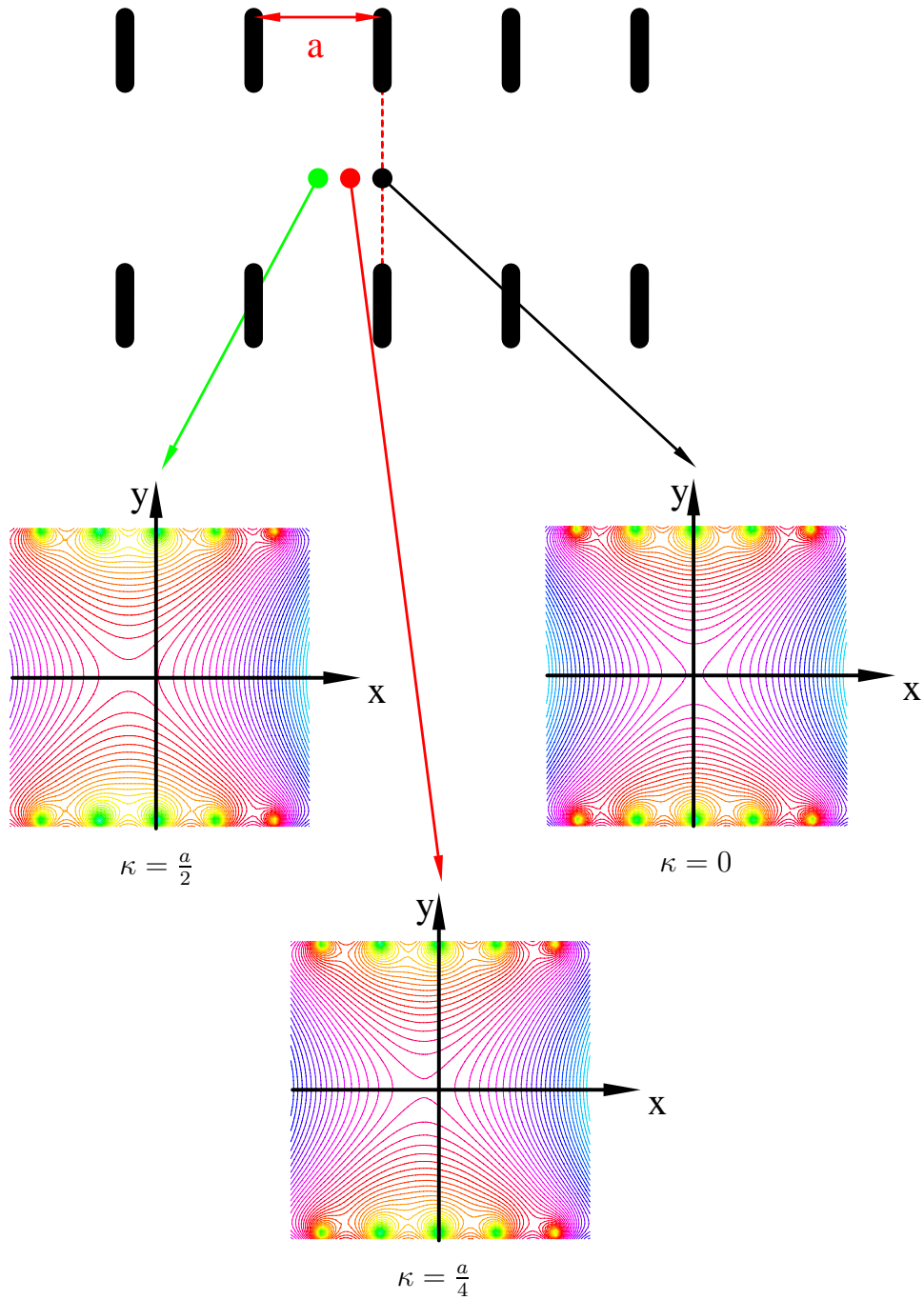
Elektrische Zylinderlinsen besitzen zwei besondere Eigenschaften:

- In dem Abbildungsschnitt entlang der Richtung des Schlitzes ( $xz$ -Schnitt) findet keine reelle Abbildung statt [28, 29].
- Sie bilden im Abbildungsschnitt quer zur Schlitzrichtung ( $yz$ -Schnitt) stets eine Sammellinse [30].

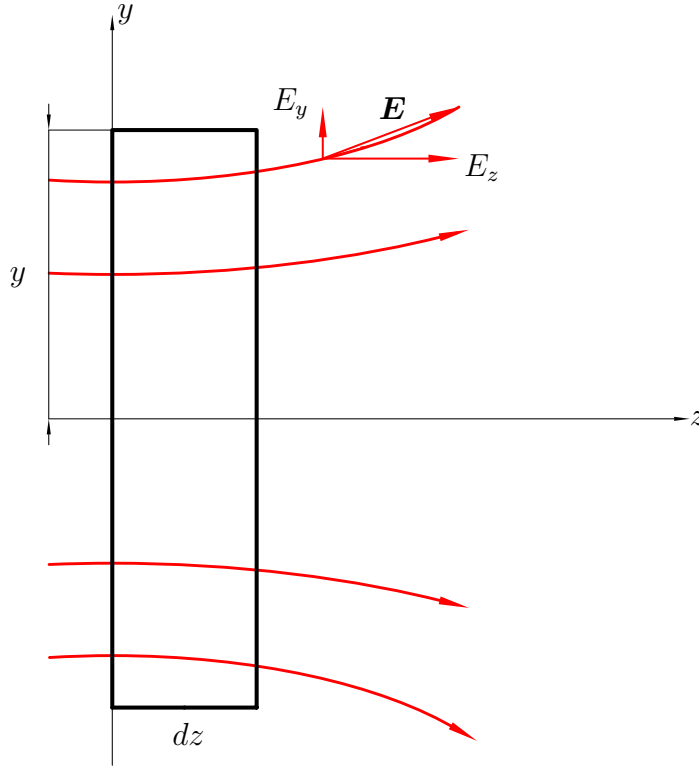
Die zuletzt genannte Eigenschaft läßt sich folgendermaßen erklären. Für die Abbildung ist die  $y$ -Komponente der Feldstärke  $\mathbf{E}$  in lateraler Richtung ( $E_y$ ) wesentlich.

Zur Bestimmung dieser Komponente betrachten wir ein Prisma der Höhe  $2y$ , der infinitesimalen Breite  $dz$  und der beliebigen Länge  $l$  in  $x$ -Richtung (siehe Abbildung 4.16). Aus dem Gaußschen Satz folgt für ein ladungsfreies Prisma, daß die Zahl der austretenden Feldlinien gleich der Anzahl der eintretenden Feldlinien





**Abbildung 4.15:** Äquipotentiallinienbilder eines Quadrupols aufgetragen in Abhängigkeit vom Wert des Verschiebungsparameters  $\kappa$  in Einheiten des Lamellenabstands  $a$ .



**Abbildung 4.16:** Zur Formulierung der Divergenzbedingung.

sein muß. Für den austretenden Fluß durch die rechte Seitenfläche sowie die untere und die obere Grundfläche des Prismas erhält man:

$$F_{\text{aus}} = E_z(z + dz) 2yl + [E_y(y) - E_y(-y)] l dz. \quad (4.39)$$

Durch die vordere und die hintere Fläche mit dem Inhalt  $2y dz$  treten keine Feldlinien ein oder aus, also ist der Kraftfluß Null. Für die linke Seite beträgt der eintretende Fluß

$$F_{\text{ein}} = E_z(z) 2yl. \quad (4.40)$$

Durch Gleichsetzen von  $F_{\text{ein}}$  und  $F_{\text{aus}}$  erhalten wir die Gleichung

$$E_z(z + dz) - E_z(z) = -\frac{E_y(y) - E_y(-y)}{2y} dz. \quad (4.41)$$

Da  $dz$  infinitesimal ist, darf man für die rechte Seite der Gleichung (4.41)

$$E_z(z + dz) - E_z(z) = \frac{\partial E_z}{\partial z} dz \quad (4.42)$$

setzen. Berücksichtigt man zusätzlich, daß die  $xz$ -Ebene eine Symmetrieebene des Potentials darstellt

$$\phi(y, z) = \phi(-y, z) \quad \text{bzw.} \quad E_y(y) = -E_y(-y), \quad (4.43)$$

dann resultiert für die laterale Komponente der elektrischen Feldstärke  $E_y$

$$E_y = -y \frac{\partial E_z}{\partial z}. \quad (4.44)$$

Unter  $\partial E_z / \partial z$  ist hierbei die Ableitung der axialen Komponente  $E_z$  der Feldstärke auf der Achse ( $y = 0$ ) zu verstehen. Bezeichnet man nun das Potential längs der Achse mit  $\Phi(z) := \phi(0, z)$ , so gelangt man aufgrund von

$$E_z(0, z) = -\frac{\partial \phi(0, z)}{\partial z} = -\Phi'(z) \quad (4.45)$$

schließlich zu

$$E_y = y\Phi''(z). \quad (4.46)$$

Hiermit läßt sich die Bahngleichung in einem zweidimensionalen Feld in unmittelbarer Nähe der Symmetrieachse bestimmen (Gaußsche Dioptrik). Denn setzt man obigen Ausdruck (4.46) in die Newtonsche Bewegungsgleichung für die  $y$ -Koordinate ein, so gelangt man zu

$$m\ddot{y} = -e\Phi''(z)y. \quad (4.47)$$

Die Kraft, die das Elektron erfährt, ist also proportional zum Achsenabstand  $y$ . Diese Eigenschaft ist für eine stigmatische Abbildung in Gaußscher Dioptrik von entscheidender Bedeutung.

Da für die Betrachtung der Abbildungseigenschaften der Zeitverlauf, in denen die Bahnen von den Elektronen durchlaufen werden, nicht interessiert und nur die geometrische Form der Elektronenbahnen eine Rolle spielt, eliminieren wir in Gleichung (4.47) die Zeit  $t$  zugunsten der Koordinaten  $z$  längs der Symmetrieachse. Unter Berücksichtigung des Energiesatzes können wir die zeitlichen Ableitungen mit Hilfe der Beziehung

$$\dot{z} = \frac{dz}{dt} = \sqrt{\frac{2e}{m}\Phi(z)} \quad (4.48)$$

ersetzen, so daß die Bahngleichung im  $yz$ -Schnitt die Form

$$\sqrt{\Phi} \frac{d}{dz} \left( \sqrt{\Phi} \frac{dy}{dz} \right) + \frac{1}{2} \Phi'' y = 0 \quad (4.49)$$

annimmt.

Legen wir die  $x$ -Achse eines kartesischen Koordinatensystems in die Richtung des Schlitzes, dann hängt das elektrische Potential nicht von der  $x$ -Koordinate ab. Hieraus resultiert, daß die Komponente  $E_x$  des elektrischen Feldes verschwindet. Die Newtonsche Bewegungsgleichung lautet also:

$$\ddot{x} = 0. \quad (4.50)$$

Nach der Elimination der Zeit – wie oben für die  $y$ -Koordinate geschildert – folgt hieraus die Bahngleichung

$$\sqrt{\Phi} \frac{d}{dz} \left( \sqrt{\Phi} \frac{dx}{dz} \right) = 0. \quad (4.51)$$

Diese Differentialgleichung läßt sich einmal direkt integrieren. Diese Integration ergibt

$$x' \sqrt{\Phi} = x'_0 \sqrt{\Phi_0} = \text{const.} \quad (4.52)$$

Dieser Ausdruck beschreibt die Erhaltung der  $x$  Komponente des Impulses  $p_x = m\dot{x}$  in der paraxialen Näherung für die Bewegung eines geladenen Teilchens in einem elektrischen System dessen Potential *nicht* von der  $x$ -Koordinate abhängt.

$$m\dot{x} = m \frac{dx}{dz} \frac{dz}{dt} = m\dot{z}x' = \sqrt{2em\Phi} x' = \text{const.} \quad (4.53)$$

Hierbei wurde (4.48) benutzt, um  $\dot{z}$  zu eliminieren. Aus (4.52) folgt, daß im  $xz$ -Schnitt einer Zylinderlinse *kein* reeller Fokus entsteht. Denn die Neigung einer im  $xz$ -Schnitt von der Objektmitte ausgehenden Bahn

$$x' = x'_0 \sqrt{\frac{\Phi_0}{\Phi}} \quad (4.54)$$

ist umgekehrt proportional zur Wurzel aus dem axialen Potential  $\Phi$ . Folglich hat diese Neigung stets das gleiche Vorzeichen! Die Bahn kehrt nicht mehr zur Achse zurück. Es entsteht deshalb kein reeller Fokus in dem Abbildungsschnitt, der die Schlitzrichtung enthält.

Aus der Bahngleichung (4.49) für den  $yz$ -Schnitt möchten wir nun eine einfache Näherungsformel für die Brennweite einer „dünnen“ Schlitzblende herleiten. Aus der Bahngleichung (4.49) folgt nach einer einmaligen Integration nach  $z$  die Beziehung

$$\sqrt{\Phi}(z) y'(z) = - \int_{-\infty}^z \frac{y(\bar{z}) \Phi''(\bar{z})}{2\sqrt{\Phi}(\bar{z})} d\bar{z}. \quad (4.55)$$

Da  $\Phi$  von dem Kathodenpotential als Null aus gezählt wird, gilt auf der Blende für das Potential  $\Phi = \Phi_0$ . In der Umgebung des Schlitzes ist das Potential zwar etwas von  $\Phi_0$  verschieden, doch kann man es auch dort noch in guter Näherung gleich  $\Phi_0$  setzen. Zusätzlich dürfen wir annehmen, daß der laterale Abstand  $y$  nur wenig von seinem Anfangswert  $y_a$  abweicht. Wir können daher für den Raum links von der Blende und in der Umgebung des Schlitzes schreiben:

$$\sqrt{\Phi_0} \frac{dy}{dz} = - \frac{y_a}{2\sqrt{\Phi_0}} \int_{-\infty}^z \frac{d^2\Phi(\bar{z})}{d\bar{z}^2} d\bar{z} = - \frac{y_a}{2\sqrt{\Phi_0}} \left[ \frac{d\Phi(\bar{z})}{d\bar{z}} \right]_{-\infty}^z \quad (4.56)$$

Für die obere Integrationsgrenze  $z = z_b$  wählen wir einen Ort, der noch so nahe an der Blende liegt, daß wir dort  $\Phi$  durch das Blendenpotential  $\Phi_0$  ersetzen dürfen, der aber schon so weit von der Schlitzblende entfernt ist, so daß  $\Phi''$  sich nicht mehr merklich von Null unterscheidet.

Für den Ablenkwinkel  $\alpha$  erhalten wir dann

$$\alpha \approx \tan \alpha = - \left( \frac{dy}{dz} \right)_{z=z_b} = \frac{y_a}{2\Phi_0} \left[ \frac{d\Phi(\bar{z})}{d\bar{z}} \right]_{-\infty}^{z_b} = \frac{y_a}{2\Phi_0} (\Phi'_b - \Phi'_a). \quad (4.57)$$

Hieraus erhalten wir für die Brennweite  $f$  einer Schlitzblende (den Abstand der Blendenebene von dem Punkt, in dem die im Punkt  $z_b$  an die Bahn  $y(z)$  gelegten Tangenten die Achse schneiden), die Formel

$$f = \frac{y_a}{\alpha} = \frac{2\Phi_0}{\Phi'_b - \Phi'_a}. \quad (4.58)$$

Man erkennt, daß eine Schlitzblende je nach dem Vorzeichen von  $\Phi'_b - \Phi'_a$  eine sammelnde *oder* zerstreue Wirkung besitzen kann. Die Formel (4.58) wurde zuerst von Davisson und Calbick angegeben [31].

Mit Hilfe dieses Ausdrucks werden wir in Abschnitt 4.6 eine Grobeinstellung der Kammlinse vornehmen.

Arbeitet ein Drei-Blendensystem als Verzögerungslinse ( $\phi_1 < \phi_0$ ), dann besitzen die äußeren Elektroden eine defokussierende Wirkung und in der Umgebung der Mittelelektrode findet eine Fokussierung statt. Da die Elektronen auf dem Weg zur mittleren Schlitzblende eine Potentialmulde hinablaufen und deshalb Geschwindigkeit verlieren, verbleiben die Elektronen länger in dem mittleren Bereich, so daß sich insgesamt eine sammelnde Wirkung der Linse einstellt. Für eine Potentialbelegung der Mittelelektrode mit  $\phi_1 > \phi_0$  durchläuft das Elektron die sammelnd wirkenden äußeren Potentialmulden langsamer als den zerstreuend wirkenden Grat in der Umgebung der Mittelelektrode. Die sammelnde Wirkung des Potentials in den Außenbereichen überwiegt.

Genauer zu diesem Sachverhalt findet man bei [32]. Die Autoren dieses Artikels zeigen streng, daß eine elektrostatische Zylindereinzellinse niemals zerstreuend wirken kann.

#### 4.4.2 Der elektrische Quadrupol

Rundlinsen besitzen den Nachteil, daß die elektrischen (und magnetischen) Felder in der Umgebung der optischen Achse nahezu parallel zur Achse und damit näherungsweise entlang der Teilchenbahnen verlaufen. Solche kongradienten Felder üben nur geringe Lateralkräfte auf die geladenen Teilchen aus. Da die elektronenoptisch wirksamen Radialkomponenten der Felder (in Achsennähe) viel schwächer sind als die Maximalfeldstärken direkt zwischen den Elektroden, wird diese Technik als *schwache Fokussierung* bezeichnet.

Wenn im Gegensatz dazu die Maximalkomponenten der Felder zur Abbildung benutzt werden, spricht man von *starker Fokussierung*. Prominenteste Vertreter solcher Linsen stellen die Quadrupole dar.

Elektrische Quadrupollinsen werden durch Elektroden erzeugt, die symmetrisch bezüglich zweier zueinander senkrechter Schnitte angeordnet sind. Die Anordnung der Elektroden besitzt zweizählige Symmetrie, denn sie geht bei einer Drehung von  $90^\circ$  um die Symmetrieachse in sich selbst über. Die Potentialbelegung zwischen zwei benachbarten Elektroden ist dabei stets entgegengesetzt (siehe Abbildung 4.17).

Das ideale Quadrupolfeld in der Entwicklung nach ebenen Multipolen besitzt hyperbolische Feldlinien. Die dazugehörigen Äquipotentiallinien sind wiederum Hyperbeln. Wählt man die Koordinaten wie in Abbildung 4.17 und zeigt  $z$  entlang der Symmetrieachse, so besitzt ein Quadrupolfeld das Potential

$$\phi(\mathbf{r}) = \phi_{2c}(z)(x^2 - y^2). \quad (4.59)$$

Die Komponenten der elektrischen Feldstärke gewinnt man aus (4.59) durch Bildung des negativen Gradienten:

$$E_x = -2\phi_{2c}x \quad (4.60)$$

$$E_y = +2\phi_{2c}y \quad (4.61)$$

$$E_z = -\phi'_{2c}(x^2 - y^2) \quad (4.62)$$

Aus den Gleichungen für die lateralen Komponenten der Feldstärke,  $E_x$  (4.60) bzw.  $E_y$  (4.61) folgt, daß in der Ebene, in der die Elektroden negative Pole besitzen, der Quadrupol auf die Elektronen fokussierend, in der der positiven Pole defokussierend ( $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$ ) wirkt.

Ein einzelner Quadrupol besitzt also keine fokussierende Wirkung in *beiden* Abbildungsschnitten, eine stigmatische Abbildung ist nicht möglich.

Die Wirkung eines elektrischen Quadrupolfelds auf die Elektronenbahnen läßt sich durch Lösung des Differentialgleichungssystems (4.63)

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{q}{m}E_x = -\frac{q}{m}\phi_{2c}x \\ \ddot{y} &= \frac{q}{m}E_y = \frac{q}{m}\phi_{2c}y \\ \ddot{z} &= \frac{q}{m}E_z = -\frac{q}{m}\phi'_{2c}(x^2 - y^2) \end{aligned} \quad (4.63)$$

unter Vorgabe geeigneter Anfangsbedingungen bestimmen.

Um zur Bahngleichung zu gelangen, eliminieren wir die Zeit unter Benutzung von

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx}{dz} \frac{dz}{dt} = x' \dot{z} \quad (4.64)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dx'}{dt} \dot{z} + x' \ddot{z} = x'' \dot{z}^2 + x' \ddot{z} \quad (4.65)$$

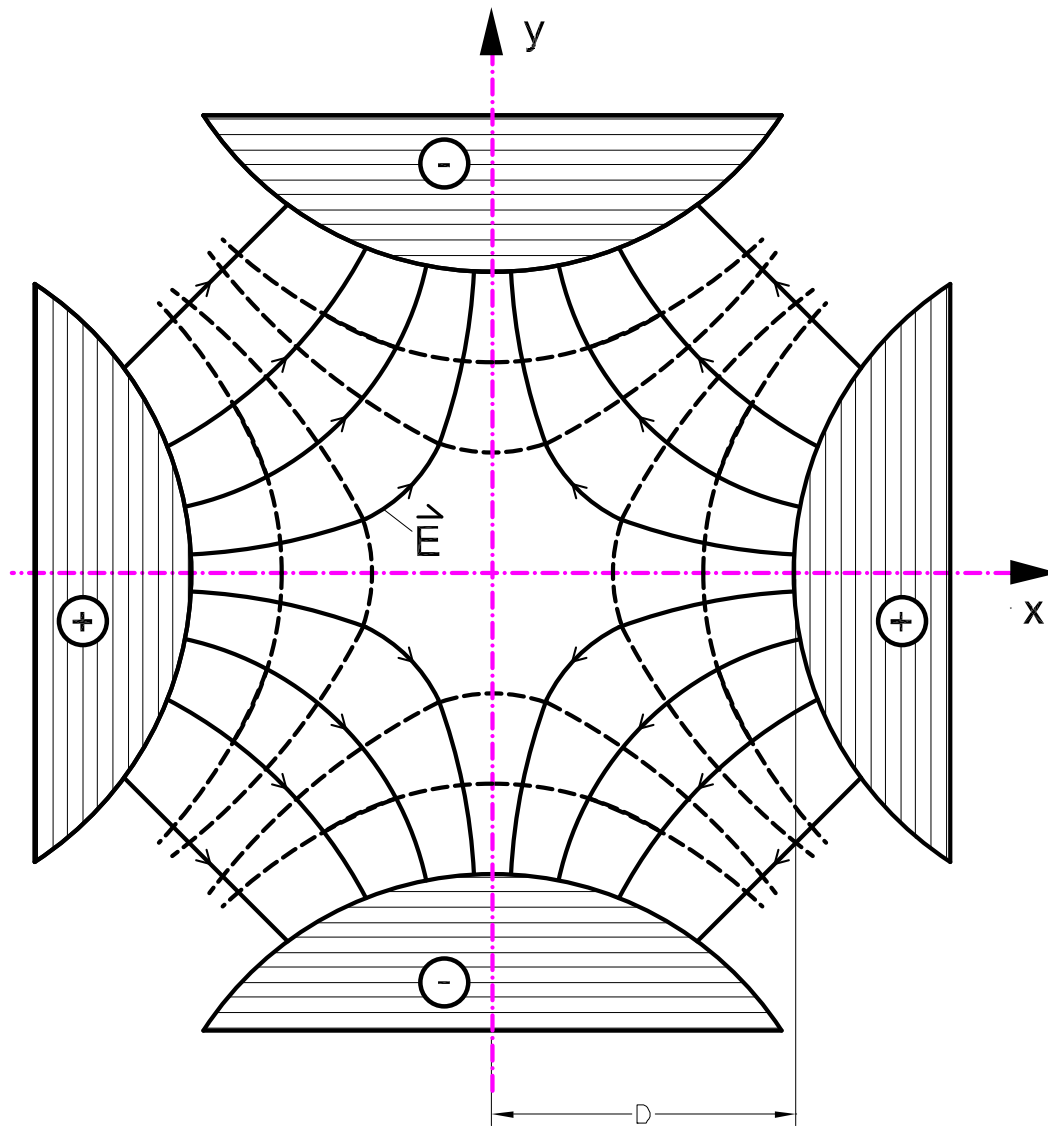


Abbildung 4.17: Querschnitt durch einen elektrischen Quadrupol.

und dem Energiesatz

$$\frac{m}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) = q\phi(\mathbf{r}) \quad (4.66)$$

$$\dot{z}^2 = \frac{2q\phi(\mathbf{r})}{m} \frac{1}{1 + x'^2 + y'^2} \quad (4.67)$$

aus dem Gleichungssystem (4.63). Hierbei haben wir wieder die beim Potential willkürliche additive Konstante so gewählt, daß das elektrische Potential dort verschwindet, wo die Geschwindigkeit des Elektrons Null ist (Potentialnullpunkt auf der Kathode).

Damit lauten die Bahngleichungen für die Bahn der Elektronen in Querrichtung

$$x'' = \frac{1 + x'^2 + y'^2}{2\phi(\mathbf{r})} (E_x - x' E_z) \quad (4.68)$$

$$y'' = \frac{1 + x'^2 + y'^2}{2\phi(\mathbf{r})} (E_y - y' E_z). \quad (4.69)$$

Der Verlauf der Elektronenbewegung in Längsrichtung wird dann durch den Energiesatz (4.66) festgelegt.

Aus der Form der Differentialgleichungen können wir zwei wesentliche Folgerungen ableiten:

1. In den Gleichungen kommen die Ladung  $q$  und die Masse  $m$  der geladenen Teilchen nicht vor. Es beschreiben folglich alle Teilchen, für die der Potentialnullpunkt derselbe ist, nach unserer Wahl die Stelle, an der die Geschwindigkeit verschwindet, genau die gleichen Bahnen. Verschiedene spezifische Ladungen  $q/m$  machen sich nur in der Zeit bemerkbar, in der die Bahnen durchlaufen werden. Diese Eigenschaft ist für die Massenspektroskopie von Bedeutung, da es nicht möglich ist, die von einer Anode mit gleicher Energie austretenden Teilchen allein durch elektrostatische Felder zu trennen.
2. Die Gleichungen sind homogen in  $\phi$ . Das bedeutet, beim Übergang  $\phi$  zu  $a\phi$  bzw.  $\mathbf{E} \rightarrow a\mathbf{E}$  bleibt die Geometrie der Bahnen erhalten. Man kann also alle Spannungen, die an die felderzeugenden Systeme angelegt sind, um einen für alle Elektroden gleichen Faktor erhöhen, ohne daß die abbildenden Eigenschaften des Systems geändert werden [33].

Ist man nur an den Bahnen in der Nähe der optischen Achse interessiert, so kann man die Differentialgleichungen linearisieren. Wir behalten nur lineare Terme in den Achsabständen und in den Geschwindigkeiten. Dies sind die gleichen Annahmen, die bei der Ableitung der einfachen Linsengesetze in der geometrischen Lichtoptik gemacht werden (Gaußsche Dioptrik).



Da das Elektron in der Nähe der Achse verbleibt, können wir das Potential  $\phi$  am Orte des Elektrons durch den Wert des Potentials auf der Achse, den wir mit  $\Phi(z)$  bezeichnen, approximieren

$$\phi(x, y, z) \approx \phi(0, 0, z) =: \Phi(z). \quad (4.70)$$

Mit diesen Annahmen lauten die Bahngleichungen eines Elektrons in einem Quadrupolfeld

$$x'' = -\frac{\phi_{2c}(z)}{\Phi(z)}x \quad (4.71)$$

$$y'' = \frac{\phi_{2c}(z)}{\Phi(z)}y. \quad (4.72)$$

Diese Differentialgleichungen lassen sich nur für wenige Potentialverläufe exakt lösen.

Um eine Vorstellung von den Abbildungseigenschaften eines Quadrupolsystems zu bekommen, sieht man häufig vom detaillierten Randfeldverlauf der Felder ab und ersetzt diese durch eine Kastenfunktion. Diese Vorgehensweise wird als die SCOFF-Näherung (*Sharp Cut Off Fringing Field*) bezeichnet. Die resultierenden Differentialgleichungen nehmen dann die Form

$$\begin{aligned} x'' &= -\omega_0^2 x \\ y'' &= \omega_0^2 y \end{aligned} \quad \text{mit} \quad \omega_0^2 = \frac{\phi_{2c}(z)}{\Phi(z)} \quad (4.73)$$

an. In dieser Näherung bilden Hyperbel- bzw. Kreisfunktionen die Lösungen der Bahngleichungen (4.73)

$$x(z) = x_0 \cos(\omega_0 z) - \frac{x'_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 z) \quad (4.74)$$

$$y(z) = y_0 \cosh(\omega_0 z) + \frac{y'_0}{\omega_0} \sinh(\omega_0 z). \quad (4.75)$$

Mit Hilfe dieser SCOFF-Bahnen werden wir eine Grobeinstellung der Kammlinse vornehmen (Abschnitt 4.7).

### 4.4.3 Wirkungsweise und Geometrie des Gesamtsystems

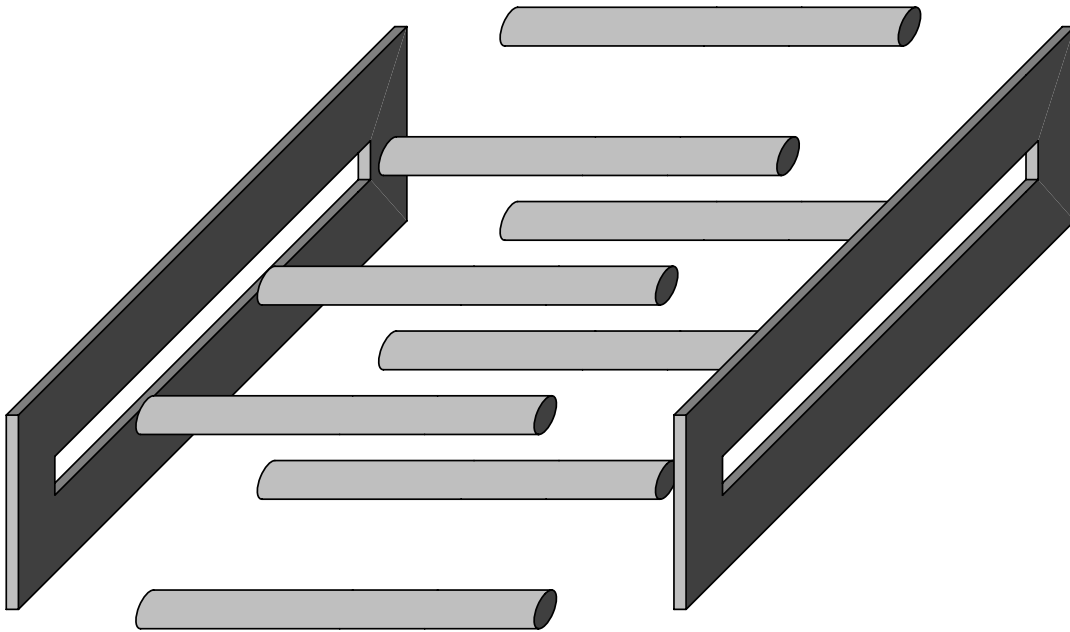
Um eine stigmatische und in erster Ordnung verzeichnungsfreie Abbildung zu erhalten, benötigt man bei der Kammlinse mindestens fünf Blenden, wenn eine variable Vergrößerung der Linse gefordert wird.

Eine stigmatische Abbildung ist dadurch ausgezeichnet, daß alle von einem Objektpunkt ausgehenden Strahlen wieder in einem Bildpunkt vereinigt werden. Unter einer in erster Ordnung verzeichnungsfreien Abbildung versteht man, daß eine stigmatische Abbildung existiert und der Achsabstand in der Bildebene für

die  $x$ - bzw. die  $y$ -Koordinate derselbe ist. Die gesamte Abbildung besitzt also eine runde Charakteristik, wenn die Steigungen zweier Bildgeraden in den verschiedenen Abbildungsschnitten denselben Wert besitzen.

Für eine nur stigmatische Abbildung werden nur drei Blenden benötigt. Bei allen Betrachtungen ist noch anzufügen, daß wir nicht an Immersionslinsen sondern nur an Linsen interessiert sind, bei denen die Geschwindigkeit der Elektronen vor und nach der Linse dieselbe ist (Einzellinse).

Der Aufbau eines solchen Systems wird in Abbildung 4.18 dargestellt.



**Abbildung 4.18:** Aufbau der Kammlinse (schematisch). Die hier als Stäbe eingezeichneten Bestandteile der segmentierten Mittelelektrode werden bei der Realisierung eher die Form von Lamellen erhalten.

Die Wirkungsweise der Kammlinse wird aus dem optischen Verhalten der einzelnen Bauelemente klar. Die Schlitzblenden, die zusammen eine freistehende Zylinderlinse bilden, wirken nur in dem Schnitt quer zur Schlitzrichtung. Im  $xz$ -Schnitt findet eine Fokussierung also allein durch den Quadrupol statt.

Das Vorzeichen der Quadrupolstärke wird nun so gewählt, daß er im  $yz$ -Schnitt defokussiert. Zusammen mit der stets sammelnden Wirkung der Zylinderlinse kann durch Variation des mittleren Blendenpotentials  $\phi_1$  eine stigmatische Abbildung eingestellt werden, bei der die Brennebenen für beide Schnitte zusammenfallen.

Eine in dieser Weise eingestellte Linse wirkt für die Abbildung einer ausgewählten Ebene nahezu wie eine Rundlinse, obwohl sie nur aus unrunder Elementen besteht.

In Abbildung 4.19 sind für eine Linse mit der abgebildeten Geometrie Äquipotentiallinienbilder für die  $xy$ -Ebene an drei verschiedenen Stellen längs der optischen Achse dargestellt, um die Potentialflächen, die für die Abbildung sorgen, zu verdeutlichen.

Direkt hinter der Schlitzblende bei  $z = 5$  mm bildet sich in der Mitte ein zweidimensionales Potentialfeld aus, das an den nahezu zur  $x$ -Achse parallelen Potentiallinien zu erkennen ist. Ab dem Anfang der mittleren Elektrode bei  $z = 7,5$  mm gewinnt das Quadrupolfeld immer mehr an Einfluß, bis sich im vorderen Drittel der Stäbe durch Überlagerung beider Felder bei  $z = 11$  mm ein Rundlinsenfeld einstellt. In der Mitte der Linse herrscht ein reines Quadrupolfeld vor.

Da die Linse symmetrisch erregt und aufgebaut ist, sind die Potentialschnitte auch symmetrisch zur Mittelebene der Linse.

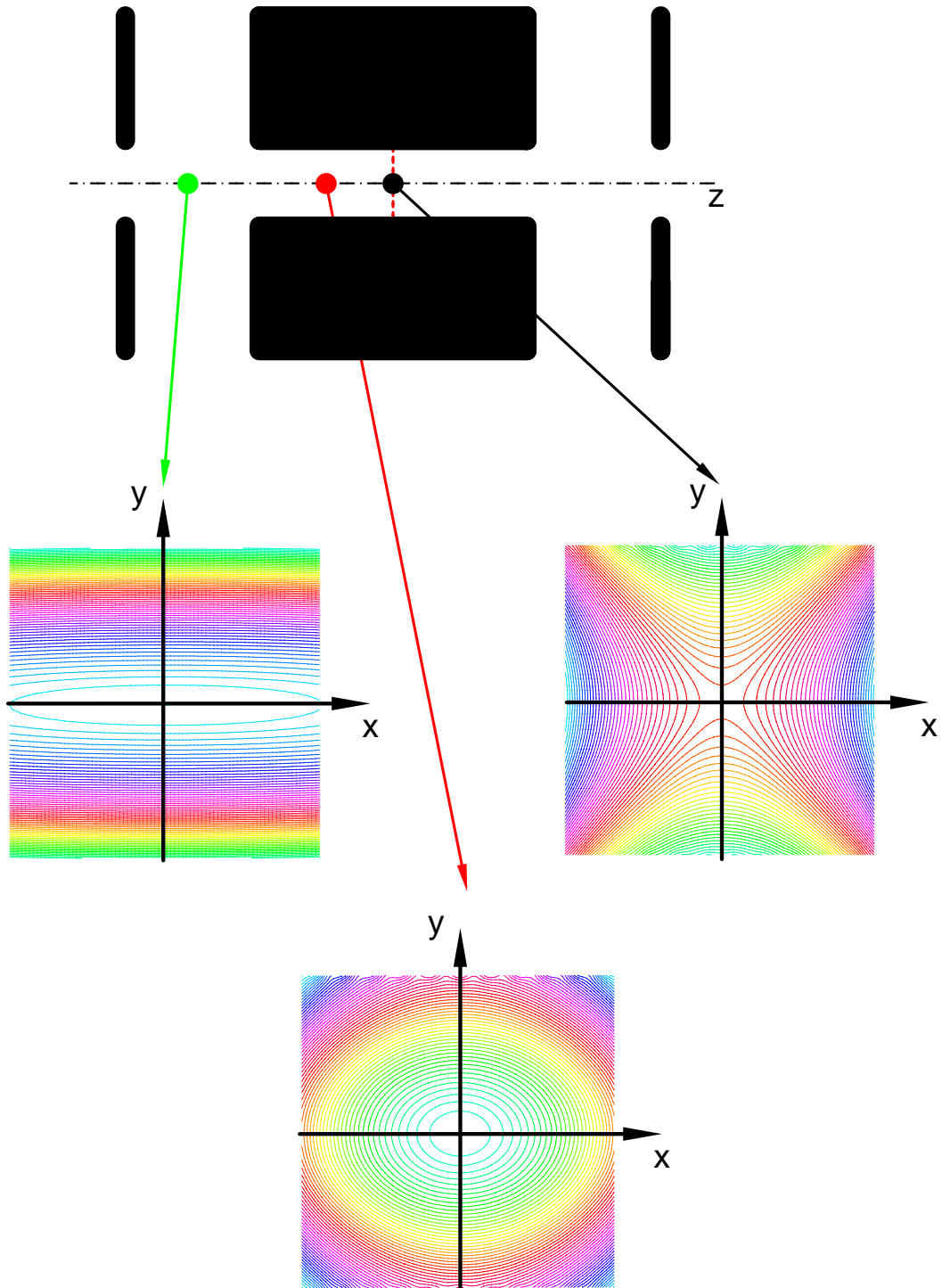
Entscheidend aber für dafür, daß die Linse insgesamt wie eine Rundlinse wirkt ist aber nicht die Ausbildung eines Rundlinsenfelds für einige Werte der  $z$ -Koordinaten, sondern die gesamte Wirkung des elektrischen Felds auf die Elektronenbahn beim Durchgang durch komplette Anordnung. Denn für eine Abbildung ist allein die unverzerrte Übertragung eines runden Bündels von der Objekt- in ein rundes in der Bildebene entscheidend. Wie die Charakteristik des innerhalb der Linse aussieht, besitzt keine wesentliche Bedeutung.

## 4.5 Abschätzung der Grenzfeldstärke

Bei elektrostatischen Linsen besteht das grundlegende Problem, daß die elektrische Feldstärke an keinem Raumpunkt die Durchbruchfeldstärke von  $|\mathbf{E}_{\max}|$  überschreiten darf. Die für eine exakte Berechnung der Durchbruchfeldstärke benötigten Größen wie die Verunreinigungen auf den Elektroden, die Zusammensetzung und die Leitfähigkeit des Restgases in der Säule sind nicht ohne weiteres experimentell zugänglich. In der Regel sind jedoch Systeme mit einem Maximalwert der elektrischen Feldstärke von 5 kV/mm realisierbar [34]. Bei größeren Feldstärken kann es zu Überschlügen kommen, die eine ordnungsgemäße Funktion des Apparats unmöglich machen. Aus diesem Grund sind für elektrische Linsen auch nur Strahlspannungen von weniger als etwa maximal 100 kV sinnvoll.

Das Hauptproblem für die Realisierung der Kammlinse besteht darin, mit dem Quadrupol eine kräftige Fokussierung zu erzeugen, ohne daß auf den Oberflächen der segmentierten Elektroden zu große Feldstärken entstehen.

Deshalb haben wir, um die Machbarkeit der Linse zu beurteilen, ein einfaches Modellsystem für zwei benachbarte Kammsegmente zur Abschätzung der Maximalfeldstärke  $|\mathbf{E}_{\max}|$  entwickelt. Zu Abschätzung des Wertes der elektrischen Feldstärke auf der Lamellenoberfläche ersetzen wir die zugewandten Enden zweier benachbarten Lamellen durch ein Paar leitender Zylinder mit dem Radius  $b$ . Bei gegebenem Lamellenabstand  $a$  variieren wir den Zylinderradius  $b$ , um den Wert der Feldstärke auf der Zylinderoberfläche zu minimieren.



**Abbildung 4.19:** Äquipotentiallinienbilder in der  $xy$ -Ebene in Abhängigkeit von der  $z$ -Koordinate.

Um die größtmögliche erlaubte Quadrupolstärke abzuschätzen, haben wir ein Testsystem gewählt, welches auf der Lösung des Potentialproblems in *bipolaren* Koordinaten beruht; verbleibt die Feldstärke auf den Elektroden kleiner als 5 kV/mm, so betrachten wir dieses System als baubar.

In bipolaren Koordinaten ist die Lösung der Laplacegleichung für zwei unendlich lange parallele Zylinder mit endlichem Querschnitt exakt möglich. Diese Lösung erhält man aus der komplexen Funktion  $v$ , die das elektrische Potential zweier unendlicher Linienladungen mit dem Abstand  $2l$  enthält.

$$v = \ln \frac{l+u}{l-u} = 2 \operatorname{Artanh} \frac{u}{l} \quad (4.76)$$

Setzen wir nun  $v = \xi + i\theta$  und  $u = x + iy = a \tanh(v/2)$ , dann folgt:

$$\begin{aligned} x &= \frac{l \sinh \xi}{\cosh \xi + \cos \theta}, & y &= \frac{l \sin \theta}{\cosh \xi + \cos \theta}, & g_\xi &= g_\theta = \frac{l}{\cos \xi + \cos \theta} \\ \xi &= \operatorname{Artanh} \frac{2lx}{l^2 + x^2 + y^2}, & \theta &= \arctan \frac{2ly}{l^2 - x^2 - y^2} \end{aligned} \quad (4.77)$$

und für die Polarkoordinaten  $r$  und  $\psi$

$$r = l \sqrt{\frac{\sinh^2 \xi + \sin^2 \theta}{(\cosh \xi + \cos \theta)^2}}, \quad \psi = \arctan \frac{\sin \theta}{\sinh \xi}.$$

Das bipolare Koordinatensystem zeigt Abbildung 4.20 [35].

Die Koordinate  $\theta$  ist eine Winkelkoordinate, sie besitzt einen Definitionsbereich von  $(0, 2\pi)$ . Die andere Koordinate  $\xi$  ist unbeschränkt, der Bereich von 0 bis  $\infty$  beschreibt die positive  $x$ -Achse; negative Werte entsprechen der linken Hälfte der  $xy$ -Ebene.

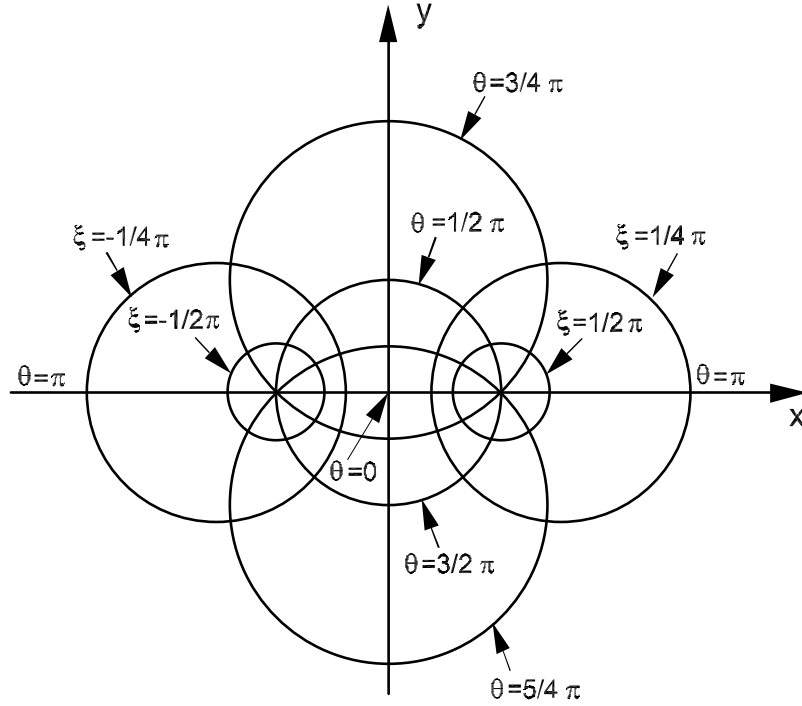
Die Koordinatenlinien sind jeweils Kreise. Die Linie  $\xi = \text{const.}$  bildet einen Kreis mit dem Radius  $l/\sinh \xi$ . Der Ursprung dieses Kreises befindet sich bei  $x = l/\tanh \xi$  und  $y = 0$ . Die anderen Parameterlinien  $\theta = \text{const.}$  werden von Kreisen zentriert um  $x = 0$  und  $y = -l/\tan \theta$  mit dem Radius  $l/\sin \theta$  gebildet.

Da die Koordinatenlinien Kreise sind, läßt sich das Potential außerhalb von zwei parallelen Zylindern mit Hilfe bipolarer Koordinaten berechnen.

Entspricht nun ein Zylinder der Äquipotentialfläche  $\xi_0$  mit dem Radius  $b = l/\sinh \xi_0$  und dem Mittelpunkt um  $l/\tanh \xi_0$  von der  $y$  Achse entfernt, der andere Zylinder der Fläche  $-\xi_1$  mit dem Radius  $b = l/\sinh \xi_1$  und einer Verschiebung des Zentrums um  $l/\tanh \xi_1$  von der negativen  $y$ -Achse entfernt, so läßt sich der Abstand  $a$  der beiden Mittelpunkte der Zylinder voneinander durch

$$a = \sqrt{l^2 + b^2} + \sqrt{l^2 + c^2} \quad (4.78)$$

ausdrücken.



**Abbildung 4.20:** Bipolare Koordinaten  $\xi$  und  $\theta$ .

Aufgrund des Zusammenhangs  $v = \xi + i\theta$  muß das gesuchte Potential proportional zu  $\xi$  sein. Setzt man nun den ersten Zylinder mit  $\xi = \xi_0$  und dem Radius  $b$  auf das Potential Null und den anderen ( $\xi = -\xi_1$ ) mit dem Radius  $c$  auf den Wert  $V$ , dann nimmt das elektrische Potential  $\phi$  die Form

$$\phi = V \frac{\xi_0 - \xi}{\xi_0 + \xi_1} = V \frac{\text{Arsinh}(l/b) - \xi}{\text{Arsinh}(l/b) + \text{Arsinh}(l/c)} \quad (4.79)$$

an.

Unter Berücksichtigung des Metrikoeffizienten  $g_\xi$  beträgt die elektrische Feldstärke auf dem ersten Zylinder ( $\xi = \xi_0$ )

$$|\mathbf{E}| = E = \frac{\cosh \xi_0 + \cos \theta}{l} \frac{V}{\xi_0 + \xi_1}. \quad (4.80)$$

Für unsere Abschätzung der maximalen Quadrupolstärke werden Zylinder mit gleichem Radius benutzt. Die Länge  $l$  läßt sich dann durch den Abstand  $a$  und den Radius  $b$

$$l = \sqrt{(a/2)^2 - b^2} \quad (4.81)$$

ausdrücken.

Wir suchen nun nach dem Radius  $b$ , für den die Feldstärke  $E$  (4.80) bei festgehaltenen Zylinderabstand  $a$  minimal wird. Aus diesem Minimalwert der Feldstärke  $E$  wird dann die maximal mögliche Quadrupolstärke  $\phi_{2c}$  abgeschätzt. Wird  $\xi_0$  in Formel (4.80) durch

$$\xi_0 = \text{Arsinh} \sqrt{\left(\frac{a}{2b}\right)^2 - 1} \quad (4.82)$$

ersetzt, so resultiert für die Feldstärke:

$$E(b, d) = \frac{V}{2b} \frac{\sqrt{\left(\frac{a}{2b}\right)^2 + \cos \theta}}{\sqrt{\left(\frac{a}{2b}\right)^2 - 1}} \frac{1}{\text{Arsinh} \sqrt{\left(\frac{a}{2b}\right)^2 - 1}} \quad (4.83)$$

oder

$$E(b, v) = \frac{V}{a} v \frac{\sqrt{v^2 + \cos \theta}}{\sqrt{v^2 - 1} \text{Arsinh} \sqrt{v^2 - 1}} \quad (4.84)$$

$$= \frac{V}{a} f(v) \quad (4.85)$$

mit

$$v = \frac{a}{2b} \quad (4.86)$$

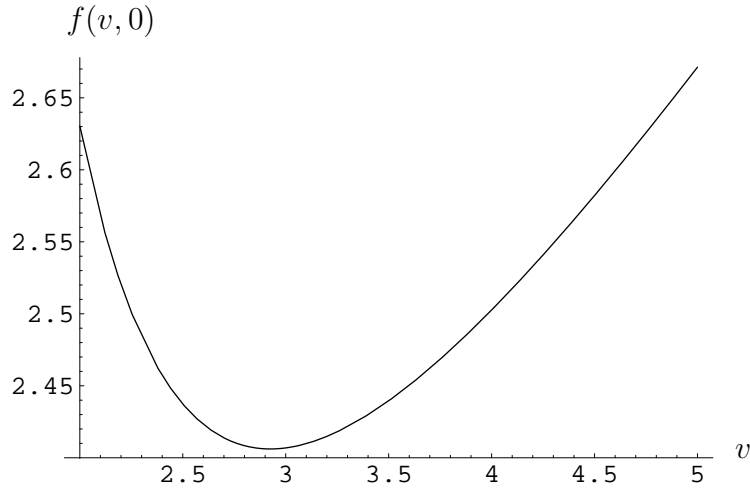
$$f(v, \theta) := v \frac{\sqrt{v^2 + \cos \theta}}{\sqrt{v^2 - 1} \text{Arsinh} \sqrt{v^2 - 1}}. \quad (4.87)$$

Um hieraus den Minimalwert der Feldstärke auf der Oberfläche des ersten Zylinders zu erhalten, müssen wir die Minima der Funktion  $f(v, \theta)$  bestimmen. Für das Minimum mit  $\theta = 0$  (dem Ort, der dem geringsten Abstand längs der Verbindungslinie der Zylinder entspricht), ergibt die Rechnung einen Wert von  $v_0 = 2,925$  als Nullstelle der partiellen Ableitung von  $f' := \partial f / \partial v$ ,  $\theta = 0$

$$f'(v, 0) := \frac{\partial f}{\partial v} = - \frac{\sqrt{v^2 - 1} (v^2 + \sqrt{v^2}) + (1 - \sqrt{v^2} (v^2 - 2)) \text{Arsinh}(\sqrt{v^2 - 1})}{(v^2 - 1)^{\frac{3}{2}} \text{Arsinh}(\sqrt{v^2 - 1})}. \quad (4.88)$$

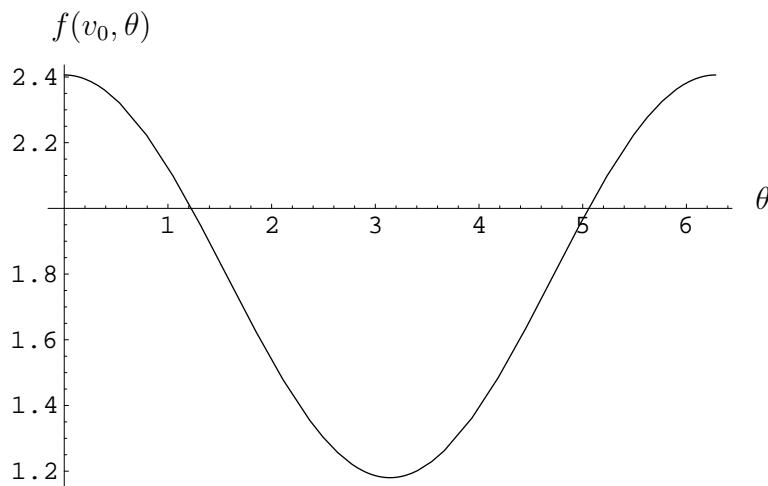
Für diesen Wert von  $v_0$  beträgt der Wert der Funktion  $f(v_0, 0) = 2,406$ . Um diesen Faktor ist also das elektrische Feld an der Oberfläche längs der direkten Verbindungslinie stärker als das eines entsprechenden Plattenkondensators (siehe 4.85). Aus dem Wert für  $v_0$  folgt ein Verhältnis vom Radius des Zylinders  $b$  zum Abstand  $d$  der beiden von 0,171. Hieraus ergibt sich eine wichtige Konstruktionsvorschrift für die Lamellen der Mittelelektrode: Bei vorgegebenen Abstand  $a$  der Mitten der Lamellen sollte die Materialdicke der Lamellen in  $0,24 a$  betragen, um den Betrag der elektrischen Feldstärke auf den Oberflächen möglichst klein zu halten.

Der Verlauf der Funktion  $f(v, 0)$  ist aus Abbildung 4.21 zu entnehmen. Zusätzlich ist zu bemerken, daß  $f$  für  $v = v_0$  tatsächlich ein Minimum annimmt.



**Abbildung 4.21:** Verlauf der Hilfsfunktion  $f(v, 0)$  in Abhängigkeit von der normierten Größe  $v = a/(2b)$ .

Aus dem Verlauf der Funktion  $f(v_0, \theta)$  in Abbildung 4.22 ist zu entnehmen, daß auf der Verbindungslinie zwischen den Stäben beim minimalen Abstand ( $\theta = 0$ ) tatsächlich das Maximum der Feldstärke angenommen wird.



**Abbildung 4.22:** Verlauf der Hilfsfunktion  $f(v_0, \theta)$  in Abhängigkeit von der Koordinate  $\theta$ .

Nun können wir die mit der Bauvorschrift  $|\mathbf{E}_{\max}| = 5 \text{ kV/mm}$  verträgliche maximale Quadrupolstärke abschätzen, bei der noch eine sichere Arbeitsweise des Quadrupols sichergestellt werden kann. Die Feldstärke besitzt nach Formel



(4.85) für das Verhältnis  $a/2b = 2,925$  (optimiert bezüglich des Minimums der Feldstärke) die Form

$$E \approx 2,5 \frac{\Delta\phi}{a}. \quad (4.89)$$

Hierbei bezeichnet  $\Delta\phi$  die Potentialdifferenz zwischen zwei benachbarten Lamellen. Aus der Potentialfunktion eines Quadrupols  $\phi = \phi_{2c}(x^2 - y^2)$  folgt für die Differenz der Potentiale zweier benachbarter Lamellen mit dem Abstand  $a$  der Kammelektrode:

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= \phi_{2c} [(x+a)^2 - y^2] - \phi_{2c}(x^2 - y^2) \\ &= \phi_{2c} a(2x + a) \end{aligned} \quad (4.90)$$

Für die maximale Quadrupolstärke  $\phi_{2c}^{\max}$  erhalten wir vermöge (4.89) und (4.90)

$$\phi_{2c}^{\max} = \frac{E_{\max}}{2,5(2x + a)}. \quad (4.91)$$

Mit den folgenden Werten für die Maximalfeldstärke  $E_{\max}$ , den Abstand  $a$  der Lamellen und dem Abstand  $x_{\max}$  von der optischen Achse, an dem die Spannungsbelegung endet:

$$\begin{aligned} E &= 5 \text{ kV/mm} & a &= 0,5 \text{ mm} \\ x_{\max} &= 5 \text{ mm} \end{aligned}$$

erhalten wir eine maximale Quadrupolstärke  $\phi_{2c}^{\max}$  von

$$\phi_{2c}^{\max} = 364 \text{ V/mm}^2. \quad (4.92)$$

Der Wert für die maximale Ausdehnung des Quadrupols in  $x$ -Richtung mit  $x_{\max} = 5 \text{ mm}$  ist das Resultat unserer Untersuchungen des Zusammenhangs zwischen dem Feld im achsnahen Bereich und der Größe der erzeugenden Lamellenanordnung.

## 4.6 Grobeinstellung der Linse mit Hilfe der Matrizenmethode

In diesem Abschnitt behandeln wir die Fragestellung, wie für ein gegebenes Kamm-linsensystem aus den Abbildungsbedingungen (der Lage der Kardinalelemente) die Spannungsbelegung der Elektroden berechnet werden kann. Für ein idealisiertes System, bei dem sich die Felder der einzelnen Elemente nicht überlappen und die Randfelder des Quadrupols vernachlässigbar sind, läßt sich die Rechnung wesentlich vereinfachen.

Man beschreibt die Wirkung jedes Elements auf die Bahnen durch eine *Strahlenmatrix*. Aus der Hintereinanderschaltung der Matrizen, die jeweils ein optisches

Element oder eine Driftstrecke beschreiben, ergibt sich dann die Übertragungsmatrix des Gesamtsystems, deren Elemente sich durch die gesuchten Blendenpotentiale und die Quadrupolstärke ausdrücken lassen. Letztere können dann aus den gegebenen Lagen der Kardinalpunkte bestimmt werden.

Dieses als Matrixmethode bezeichnete Verfahren liefert korrekte Systeme nur für idealisierte Systeme. Im realen System sind jedoch die Felder der einzelnen Elemente nicht mehr räumlich voneinander getrennt und weichen von der Idealform ab. So greift das Feld beiderseits der Mittelelektrode in den Quadrupolbereich ein und verändert die effektive Länge des Quadrupols. Die Abweichungen der Bahnen in der nach den Angaben der Matrixmethode erregten wahren Anordnung sind umso größer, je größer das Verhältnis zwischen Elektrodenöffnung zu deren Abstand ist.

Das Ergebnis aus der Matrizenmethode dient somit als Grobeinstellung und Startwert einer nachfolgenden Feineinstellung. Letztere bestimmt die Kardinalpunkte des grob eingestellten Systems anhand von Raytracingbahnen und modifiziert die Spannungsbelegungen iterativ solange bis die Kardinalpunkte an den geforderten Stellen liegen.

Bei der Berechnung der Abbildungseigenschaften eines optischen Gesamtsystems aus den Eigenschaften der einzelnen Elemente bewährt sich die Matrizenmethode, sofern die Elemente eine Übertragungsmatrix besitzen. Diese Methode wenden wir auf den Gaußschen Bereich an, in dem die Geometrie der Bahnen durch die paraxialen, linearen Bewegungsgleichungen beschrieben wird. Der grundlegende Sachverhalt wird in Abbildung 4.23 verdeutlicht, in der die Kardinalpunkte, die objektseitige und die bildseitige Hauptebene  $H$  bzw.  $\bar{H}$ , der Hauptebenenabstand  $\Delta$ , die beiden Brennebenen  $F$  und  $\bar{F}$  und die dadurch definierten Brennweiten  $f$  und  $\bar{f}$  eingetragen sind.

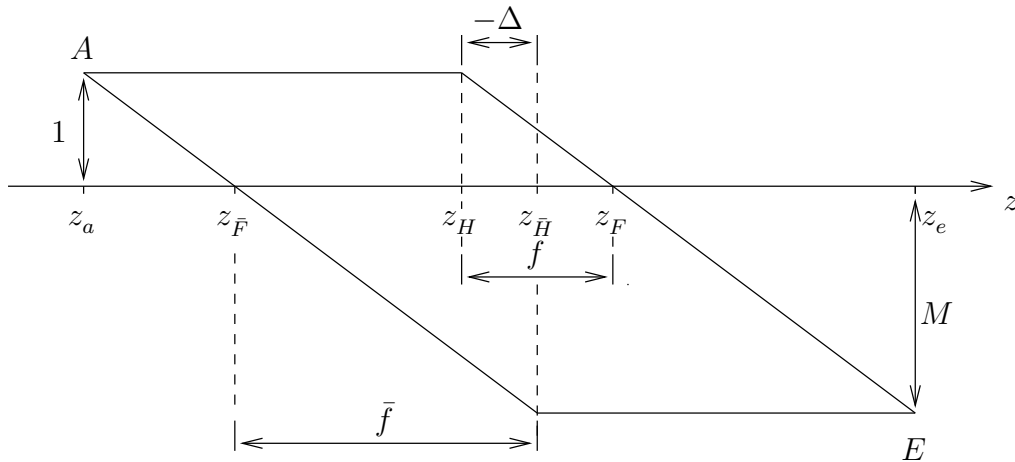


Abbildung 4.23: Lage der Kardinalpunkte.

Wir betrachten nun eine Anfangsebene  $A$ , in welche ein Strahl mit den Achs-

abständen  $(x_a, y_a)$  von der optischen Achse und den Steigungen  $(x'_a, y'_a)$  eintritt. Diese Anfangswerte legen zusammen mit der Potentialfunktion  $\Phi(z)$ , deren Ableitungen und der Quadrupolstärke die Geometrie der Bahnen fest. Uns interessiert nun die Verknüpfung der Anfangswerte mit den Steigungen und den Achsabständen in einer weiteren Ebene  $E$ , in der Zeichnung 4.23 als die Bildebene gewählt.

Da die paraxiale Fortschreitung der geladenen Teilchen durch ein lineares Differentialgleichungssystem gegeben ist, sind die Spaltenvektoren

$$\mathbf{r}_a = \begin{pmatrix} x_a \\ x'_a \\ y_a \\ y'_a \end{pmatrix} \quad (4.93)$$

für die Eingangs- bzw. die Ausgangsdaten

$$\mathbf{r}_e = \begin{pmatrix} x_e \\ x'_e \\ y_e \\ y'_e \end{pmatrix} \quad (4.94)$$

durch die sogenannte Strahlenmatrix  $\mathfrak{R}$  miteinander verknüpft:

$$\mathbf{r}_e = \mathfrak{R} \mathbf{r}_a. \quad (4.95)$$

Diese  $4 \times 4$  Matrix zerfällt bei Zweischnittsymmetrie in zwei  $2 \times 2$  Matrizen  $\mathfrak{M}$  und  $\mathfrak{N}$

$$\mathfrak{R} = \begin{pmatrix} \mathfrak{M} & 0 \\ 0 & \mathfrak{N} \end{pmatrix}, \quad (4.96)$$

da bei dieser Symmetrie, die wesentlichen Größen bei der Transformation  $y \rightarrow -y$  und  $x \rightarrow -x$  unverändert bleiben, und ein geladenes Teilchen, welches sich in einem der Hauptschnitte, dem  $xz$ - oder dem  $yz$ -Schnitt, befindet, diesen nicht mehr verläßt. Deshalb können wir die Berechnung der Abbildungseigenschaften vereinfachen, indem wir diese in den einzelnen Hauptschnitten getrennt betrachten und zur Berechnung die  $2 \times 2$  Matrizen  $\mathfrak{M}$  und  $\mathfrak{N}$

$$\begin{pmatrix} x_e \\ x'_e \end{pmatrix} = \mathfrak{M} \begin{pmatrix} x_a \\ x'_a \end{pmatrix} \quad (4.97)$$

$$\begin{pmatrix} y_e \\ y'_e \end{pmatrix} = \mathfrak{N} \begin{pmatrix} y_a \\ y'_a \end{pmatrix} \quad (4.98)$$

heranziehen.

Besteht unser System aus der Aneinanderreihung von Elementen, der Art

$$\mathbf{r}^{(1)} = \mathfrak{R}^{(1)} \mathbf{r}_a, \quad \mathbf{r}^{(2)} = \mathfrak{R}^{(2)} \mathbf{r}^{(1)}, \dots, \quad \mathbf{r}_e = \mathfrak{R}^{(N)} \mathbf{r}^{(N-1)}, \quad (4.99)$$

so resultiert daraus

$$\mathbf{r}_e = \mathfrak{R}^{(N)} \mathfrak{R}^{(N-1)} \dots \mathfrak{R}^{(1)} \mathbf{r}_e. \quad (4.100)$$

Die Gesamtstrahlenmatrix  $\mathfrak{R}$  ist also durch Multiplikation der Teilmatrizen

$$\mathfrak{R} = \mathfrak{R}^{(N)} \mathfrak{R}^{(N-1)} \dots \mathfrak{R}^{(1)} \quad (4.101)$$

gegeben.

Bevor wir die einzelnen Strahlenmatrizen  $\mathfrak{R}^{(i)}$  explizit berechnen, schreiben wir die Matrixelemente der Gesamtmatrix  $\mathfrak{R}$  noch in Abhängigkeit von den Kardinalelementen an.

Die Abbildungseigenschaften optischer Elemente in Gaußscher Dioptrik werden durch die Lagen der Brenn- und Hauptebenen und die dazugehörigen Brennweiten gekennzeichnet. Die Brennweite  $f$  wird festgelegt durch den Abstand zwischen dem Brennpunkt  $z_F$  und dem Hauptpunkt  $z_H$ . Diese Punkte sind durch die Asymptoten des achsenparallel einlaufenden Strahls mit dem Achsabstand Eins ( $\pi$  Bahn) bestimmt. Unter einem Brennpunkt  $F$  versteht man den Schnittpunkt der bildseitigen Asymptoten der  $\pi$  Bahn mit der optischen Achse. Die Lage der Brennebene  $z_F$  wird durch diesen Brennpunkt definiert. Der Hauptpunkt  $H$  definiert die Hauptebene mit der  $z$ -Koordinate  $z_H$ , deren Lage durch den Schnittpunkt der bildseitigen mit der objektseitigen Asymptote der  $\pi$  Bahn gegeben ist. Diese Kardinalelemente werden als die bildseitigen bezeichnet, da sie durch die auslaufende Asymptote der  $\pi$  Bahn, welche von der Anfangsebene in das optische Element einläuft, bestimmt werden (siehe Abbildung 4.24).

Entsprechendes gilt für die objektseitigen Kardinalpunkte  $\bar{H}$  und  $\bar{F}$ , die durch die im Achsabstand Eins aus der Linse auslaufende  $\bar{\pi}$  Bahn festgelegt sind.

Aus der Kenntnis der Lagen der vier Kardinalelemente  $z_F$ ,  $z_{\bar{F}}$ ,  $z_H$  und  $z_{\bar{H}}$  läßt sich für ein beliebiges abbildendes Feld die zugehörige Strahlenmatrix konstruieren, mit deren Hilfe die Übertragung eines einfallenden Strahls in die Austrittsebene berechnet werden kann. Diese Matrix verknüpft den Achsabstand und die Steigung der Asymptote einer beliebigen auslaufenden Bahn in der Ebene  $z_e$  hinter der Linse mit den entsprechenden Größen auf der Asymptote der einlaufenden Bahn vor der Linse in der Ebene  $z_a$ .

Die Schar aller Asymptoten einlaufenden Bahnen wird durch die beiden Konstanten  $\alpha$  und  $\beta$  parametrisiert; für diese gilt:

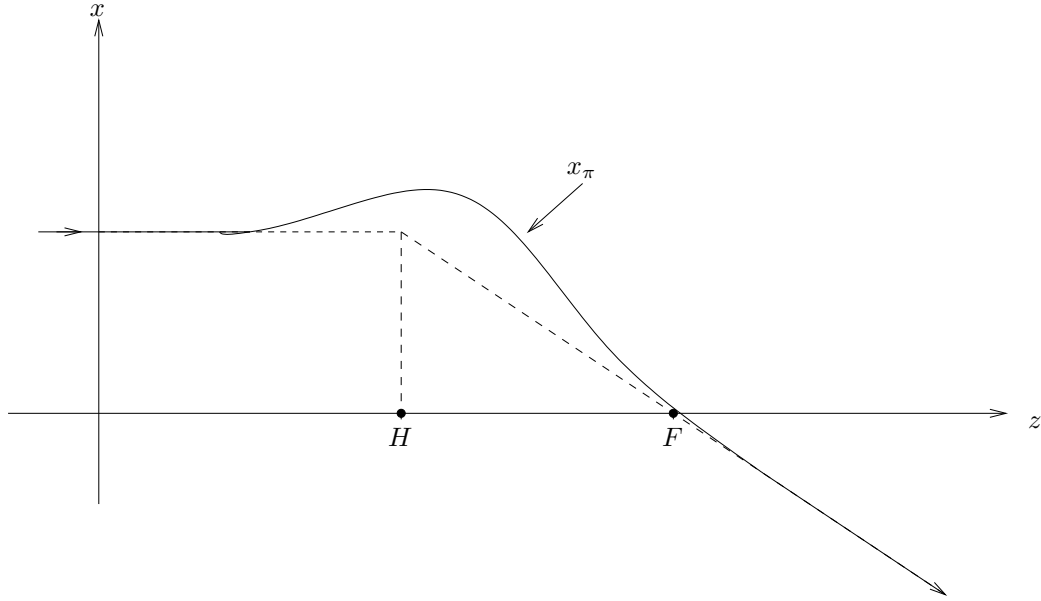
$$x_a = \alpha + \beta \frac{z_a - z_{\bar{F}}}{f} \quad (4.102)$$

$$x'_a = \frac{\beta}{f}. \quad (4.103)$$

Für einen Punkt  $x_e$  auf der auslaufenden Asymptote in der Ebene  $z_2$  folgt

$$x_e = -\alpha \frac{z_e - z_F}{f} + \beta \quad (4.104)$$

$$x'_e = \frac{\beta}{f}. \quad (4.105)$$



**Abbildung 4.24:** Definition des bildseitigen Brennpunktes  $F$  und des dazugehörigen Hauptpunktes  $H$  durch die Asymptoten der  $\pi$  Bahn.

In Matrixform geschrieben lautet dieser Sachverhalt:

$$\begin{pmatrix} x_a \\ x'_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{z_a - z_{\bar{F}}}{f} \\ 0 & \frac{1}{f} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \quad (4.106)$$

bzw.

$$\begin{pmatrix} x_e \\ x'_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{z_e - z_F}{f} & 1 \\ \frac{1}{f} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \quad (4.107)$$

Nach Elimination von  $\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$  aus (4.106) durch Matrizeninversion resultiert für die gesuchte Strahlenmatrix  $\mathfrak{M}$

$$\begin{pmatrix} x_e \\ x'_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{z_e - z_F}{f} & 1 \\ \frac{1}{f} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -(z_e - z_{\bar{F}}) \\ 0 & \bar{f} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_a \\ x'_a \end{pmatrix} \quad (4.108)$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{z_e - z_F}{f} & \bar{f} + \frac{(z_a - z_{\bar{F}})(z_e - z_F)}{f} \\ -\frac{1}{f} & \frac{z_a - z_{\bar{F}}}{f} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_a \\ x'_a \end{pmatrix} \quad (4.109)$$

$$=: \mathfrak{M} \begin{pmatrix} x_a \\ x'_a \end{pmatrix}. \quad (4.110)$$

Nach Ausführen der Multiplikation der einzelnen Elementarmatrizen lassen sich dann durch Vergleich der Matrixelemente mit der Darstellung (4.109) die Kardinalpunkte des Gesamtsystems bestimmen [36].

Für die Beschreibung der Kammlinse benötigen wir drei verschiedene Matrizen:

- Eine, die den Einfluß einer dünnen Schlitzblende beschreibt, bei der die Hauptebenen zusammenfallen, in der die brechende Wirkung stattfindet und durch eine Unstetigkeitsfläche der abbildenden lateralen Kraft  $\propto \Phi''$  gegeben ist. Diese Matrix verknüpft den Bereich kurz vor mit der kurz nach dieser Unstetigkeitsstelle.
- Eine weitere Matrix, welche die Übertragung durch ein homogenes elektrisches Feld in  $z$ -Richtung bzw. durch eine lineare axiale Potentialfunktion  $\Phi(z)$  beschreibt. Dies entspricht in etwa den Verhältnissen zwischen zwei Schlitzblenden.
- Und schließlich eine Übertragungsmatrix für die Berechnung der Abbildung des Quadrupols.

### Strahlenmatrix einer dünnen Schlitzblende

Für die in einem Hauptschnitt abbildende dünne Schlitzblende erhalten wir die Übertragungsgleichungen:

$$y_2 = y_1 \quad \text{und} \quad y'_2 = -\frac{1}{f} y_1 + y'_1. \quad (4.111)$$

Die erste Gleichung in (4.111) resultiert aus der als dünn angenommenen Linse (Definition einer dünnen Linse). Um die zweite Formel zu verstehen, denken wir an einen einfachen Parallelstrahl ( $y'_1 = 0$ ); für diesen gilt

$$y'_2 = -\frac{1}{f} y_1 \quad \text{bzw.} \quad f = -\frac{y_1}{y'_2} \approx -\frac{y_2}{\sin \theta_1}. \quad (4.112)$$

Die letzte Gleichung in (4.112) beinhaltet bekanntlich gerade die Definition der Brennweite einer dünnen Linse. Dabei gilt für eine Sammellinse  $\theta_1 < 0$ , so daß die Brennweite  $f$  positiv wird. Zusammenfassend gilt also für die Strahlenmatrix  $\mathfrak{M}_B$  einer dünnen Linse

$$\mathfrak{M}_B(f) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.113)$$

### Strahlenmatrix eines homogenen elektrischen Felds

Für die Propagation der Elektronen im Bereich zwischen zwei benachbarten Blenden (zwischen zwei Unstetigkeitsstellen der 2. Ableitungen des Potentials  $\Phi(z)$ ) rechts der ersten bis kurz vor der zweiten Blende benötigen wir eine weitere Strahlenmatrix.

Da zwischen zwei elektrisch leitenden Platten das elektrische Feld nahezu konstant und längs der Richtung der Symmetrieachse der Blenden verläuft – zumindest ab einer geringen Entfernung von den Öffnungen – können wir für das Potential  $\Phi$  einen linearen Verlauf annehmen, der durch lineare Interpolation zwischen den Blendenpotentialen zweier benachbarter Blenden entsteht. Im Inneren des Bereichs zwischen den Blenden nehmen wir also als Potentialfunktion einen Verlauf der Form

$$\Phi(z) = \frac{\phi_1 - \phi_0}{z_1 - z_0}(z - z_0) + \phi_0 \quad (4.114)$$

an. In diesem Ausdruck (4.114) bezeichnen  $\phi_0$  bzw.  $\phi_1$  das Potential auf der linken bzw. rechten Blende und  $z_0$  bzw.  $z_1$  die  $z$ -Koordinaten der Blendenebenen.

Die Strahlenmatrix eines konstanten Feldes folgt aus der Lösung der Differentialgleichung für eine Zylinderlinse (4.49) mit dem linearen Potentialmodell (4.114). Die Elektronenbahn besitzt danach zwischen den Blenden den Verlauf

$$y(z) = \frac{2y_0(z_0 + \epsilon)\sqrt{\phi_0}}{\phi_1 - \phi_0}(z_1 - z_0) \left\{ \sqrt{\frac{z - z_0}{z_1 - z_0}(\phi_1 - \phi_0) + \phi_0 - \sqrt{\phi_0}} \right\} + y_0. \quad (4.115)$$

Aus dieser Gleichung resultiert für die Strahlenmatrix unter Berücksichtigung der Abkürzung  $d = z_1 - z_0$  für den Abstand der beiden Ebenen die Bestimmungsgleichung

$$\begin{pmatrix} y(z_1 - \epsilon) \\ y'(z_1 - \epsilon) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{2\sqrt{\phi_0}(\sqrt{\phi_1} - \sqrt{\phi_0})}{\phi_1 - \phi_0}d \\ 0 & \sqrt{\frac{\phi_0}{\phi_1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y(z_0 + \epsilon) \\ y'(z_0 + \epsilon) \end{pmatrix} \quad (4.116)$$

Die Matrix  $\mathfrak{M}_F$

$$\mathfrak{M}_F(\phi_0, \phi_1, d) := \begin{pmatrix} 1 & \frac{2\sqrt{\phi_0}(\sqrt{\phi_1} - \sqrt{\phi_0})}{\phi_1 - \phi_0}d \\ 0 & \sqrt{\frac{\phi_0}{\phi_1}} \end{pmatrix} \quad (4.117)$$

gilt bei der Kammlinse sowohl für den  $xz$ - als auch den  $yz$ -Schnitt, da aus der Differentialgleichung (4.51) für den  $xz$ -Schnitt folgt für ein lineares Potentialmodell (4.114) die gleiche Strahlenmatrix  $\mathfrak{M}_F$  folgt, die den Achsabstand  $x_0$  und die Anfangssteigung  $x'_0$  in der Ebene  $z_0$  mit den Werten in der Ebene  $z_1$  verknüpft.

Für den  $yz$ -Schnitt gilt diese Übertragungsmatrix nur für die von den Kanten entfernte Bereiche zwischen den Blenden. Denn in der Bahngleichung (4.49) treten die zweiten Ableitungen des axialen Potentials  $\Phi''$  auf, die für ein lineares Potentialmodell (4.114) an den Orten der Schlitzblenden durch Deltadistributionen gegeben sind und sonst identisch verschwinden. Der Übergang von direkt vor bis kurz nach einer Blende wird durch Sprungbedingungen an die Steigungen gegeben, die dafür sorgen, daß die Steigungen kurz nach der Blende andere sind. Diese Sprungbedingungen, Unstetigkeiten der Steigungen, entsprechen nun genau der Strahlenmatrix einer dünnen Linse, die den Übergang durch ein in einer Ebene brechendes Element beschreibt. Folglich wird die Wirkung einer Zylinderlinse

im Rahmen des linearen Potentialmodells im  $yz$ -Schnitt durch die Hintereinanderschaltung von drei Strahlenmatrizen, einer Schlitzblende, der Matrix  $\mathfrak{M}_F$  und einer weiteren Schlitzblende, beschrieben. Im  $xz$ -Schnitt kommt aufgrund der fehlenden Abhängigkeit von  $\Phi''$  der Gleichung (4.51) nur eine Strahlenmatrix, die eines homogenen Feldes  $\mathfrak{M}_F$ , zum Tragen.

### Übertragungsmatrizen eines Quadrupols in SCOFF-Näherung

Den Beitrag des Quadrupols zur Abbildung beschreiben wir im  $yz$ -Schnitt durch die Matrix

$$\mathfrak{N}_Q(\omega_0, l_Q) := \begin{pmatrix} \cosh(l_Q \omega_0) & \frac{1}{\omega_0} \sinh(l_Q \omega_0) \\ \omega_0 \sinh(l_Q \omega_0) & \cosh(l_Q \omega_0) \end{pmatrix} \quad (4.118)$$

und die Matrix  $\mathfrak{M}_Q$

$$\mathfrak{M}_Q(\omega_0, l_Q) := \begin{pmatrix} \cos(l_Q \omega_0) & \frac{1}{\omega_0} \sin(l_Q \omega_0) \\ \omega_0 \sin(l_Q \omega_0) & -\cos(l_Q \omega_0) \end{pmatrix} \quad (4.119)$$

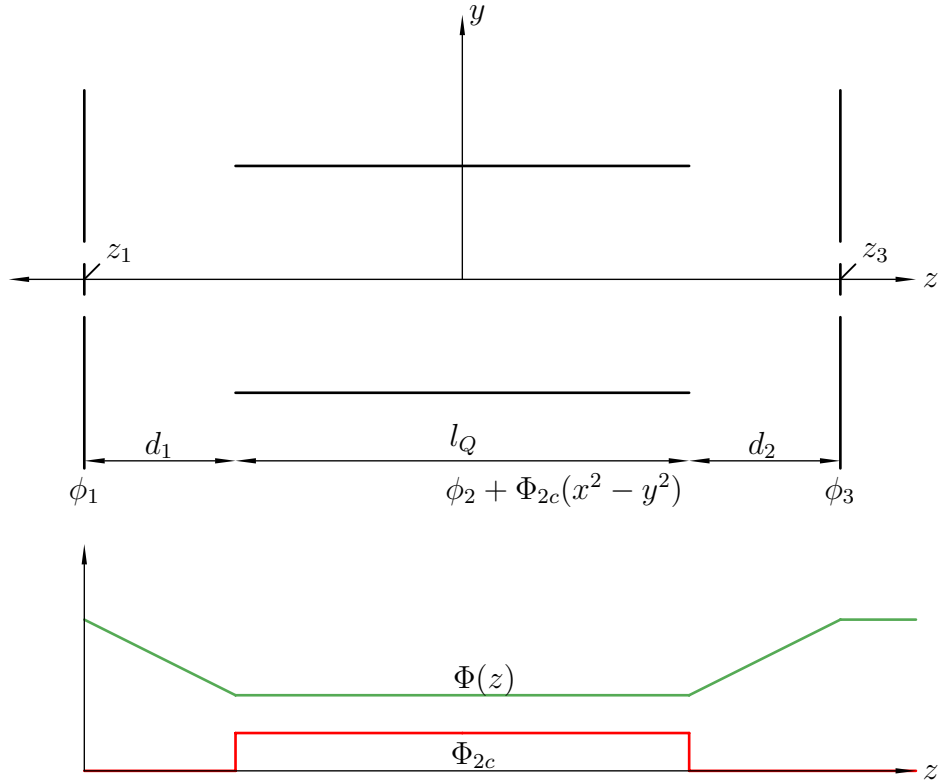
im  $xz$ -Schnitt. Diese Strahlmatrizen erhält man aus den Gleichungen (4.75) und (4.74). Die Matrizen  $\mathfrak{M}_Q$  und  $\mathfrak{N}_Q$  beschreiben die Wirkung eines in dem  $xz$ -Schnitt fokussierenden elektrischen Quadrupols in der SCOFF-Näherung. Hierbei wird von dem tatsächlichen Randfeldverlauf abgesehen und der reale Verlauf der Quadrupolfunktion  $\phi_{2c}(z)$  durch eine Kastenfunktion ersetzt, welche längs des Quadrupols den konstanten Wert  $\phi_{2c}$  besitzt und sonst Null ist. Als weitere Größen enthalten die Gleichungen (4.119) und (4.118) das im Bereich des Quadrupols konstante Potentials  $\phi_2$  und die Länge des Quadrupols  $l_Q$ . Die Abkürzung  $\omega_0$  steht für  $\omega_0^2 = \phi_{2c}/\phi_2$ .

### Strahlenmatrix des Gesamtsystems

Die Anordnung der optischen Elemente des zu berechnenden Modellsystems der Kammlinse ist aus der Zeichnung 4.25 zu entnehmen.

Im einfachsten Fall besteht die Kammlinse aus einem Quadrupol der konstanten Stärke  $\phi_{2c}$  und der Länge  $l_Q$ , der sich zwischen zwei Bereichen nahezu konstanter Feldstärke  $E_z$  befindet. Diese Bereiche werden von jeweils zwei Schlitzblenden begrenzt, die für eine Fokussierung im  $yz$ -Schnitt sorgen. Auf der Länge der Strecke  $d_1$  verläuft das Potential vom Wert  $\phi_1$  in der Ebene der ersten Blende  $z = z_1$  linear bis zur zweiten Blende mit einem Potentialwert  $\phi_2$ . Für den Bereich rechts des Quadrupols ergibt sich der Verlauf des axialen Potentials  $\Phi(z)$  wiederum durch lineare Interpolation der Werte des Potentials in der Austrittsebene des Quadrupols und der Blende in der Ebene  $z = z_3$ . Zusammengesetzt haben wir also eine Zylinderlinse mit drei Elektroden, bestehend aus zwei dünnen Blenden bei  $z_1$  und  $z_3$  und einer dicken Elektrode, auf der zusätzlich ein Quadrupol erzeugt wird.





**Abbildung 4.25:** Prinzipalskizze der Kammlinse für ein Dreiblendensystem.

Im Ausdruck 4.58 für die Brennweite einer dünnen Schlitzblende setzen wir für die axiale Feldstärke  $\Phi'_\nu$  auf beiden Seiten der Blende das Feld eines homogenen Plattenkondensators

$$\Phi'_\nu = \frac{\Phi_m - \Phi_\nu}{d_\nu}, \quad \nu \in \{l, r\} \quad (4.120)$$

an. Hierbei stehen die Indizes  $l$  und  $m$  für die Bereiche links bzw. rechts der Blende.  $\Phi_m$  bezeichnet das Blendenpotential. Gleichung (4.58) geht dann über in

$$f = \frac{2\phi_m}{\frac{\phi_m - \phi_l}{d_l} + \frac{\phi_m - \phi_r}{d_r}}. \quad (4.121)$$

Für die Strahlenmatrix der Schlitzblende  $\mathfrak{N}_B$  resultiert

$$\mathfrak{N}_B(\phi_l, \phi_r, \phi_m, d_l, d_r) := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{2\phi_m} \left( \frac{\phi_m - \phi_l}{d_l} + \frac{\phi_m - \phi_r}{d_r} \right) & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.122)$$

Nun besitzen wir sämtliche Matrizen, um die Abbildungseigenschaften des Gesamtsystems zu beschreiben.

Für den  $yz$ -Schnitt besteht die Gesamtmatrix  $\mathfrak{N}_K$  aus der Hintereinanderschaltung von sieben Matrizen. Zuerst einer Blendenfunktion, anschließend einer Übertragungsmatrix für ein konstantes Feld der Länge  $d_1$  zwischen den Potentialen  $\phi_1$  und  $\phi_2$ . Darauf folgt eine weitere Blendenmatrix und die Übertragungsmatrix  $\mathfrak{M}_{Q_y}$ , welche die Wirkung des Quadrupols im defokussierenden Schnitt beschreibt. Nun folgt eine weitere Blendenfunktion, eine Übertragungsmatrix für ein homogenes Feld und schließlich die Matrix für die letzte Blende. Zusammen mit den aus der Zeichnung 4.25 zu entnehmenden Bezeichnungen der Potentiale, der Abstände und der Quadrupolstärke erhalten wir die Gesamtmatrix  $\mathfrak{N}_K$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} y_e \\ y'_e \end{pmatrix} &= \mathfrak{N}_B(\phi_2, \phi_3, \phi_3, d_2, d_2) \mathfrak{M}_F(\phi_2, \phi_3, d_2) \mathfrak{N}_B(\phi_2, \phi_2, \phi_3, d_2, d_2) \mathfrak{N}_Q(\omega_0, l_Q) \\ &\times \mathfrak{N}_B(\phi_1, \phi_2, \phi_2, d_1, d_1) \mathfrak{M}_F(\phi_1, \phi_2, d_1) \mathfrak{N}_B(\phi_1, \phi_1, \phi_2, d_1, d_1) \begin{pmatrix} y_a \\ y'_a \end{pmatrix} \quad (4.123) \\ &:= \mathfrak{N}_K(\phi_1, \phi_2, \phi_3, d_1, d_2, \omega_0, l_Q) \begin{pmatrix} y_a \\ y'_a \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Da die Schlitzblenden im  $xz$ -Schnitt keine reelle abbildende Wirkung besitzen (siehe Abschnitt 4.4.1), werden zur Beschreibung der Abbildungseigenschaften in diesem Schnitt nur drei Teilmatrizen benötigt. Zuerst braucht man eine Matrix, die den Einfluß des konstanten Feldes längs der Strecke  $d_1$  beschreibt. Hierauf folgt die Matrix  $\mathfrak{M}_Q$ , welche die Wirkung des Quadrupols im fokussierenden Hauptschnitt beschreibt. Schließlich kommt eine weitere Übertragungsmatrix des homogenen Feldes zu stehen, welches sich auf der Länge  $d_2$  erstreckt. Als Gesamtmatrix  $\mathfrak{M}_K$  im  $xz$ -Schnitt resultiert deshalb

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_e \\ x'_e \end{pmatrix} &= \mathfrak{M}_F(\phi_2, \phi_3, d_2) \mathfrak{M}_Q(\omega_0, l_Q) \mathfrak{M}_F(\phi_1, \phi_2, d_1) \begin{pmatrix} x_a \\ x'_a \end{pmatrix} \quad (4.124) \\ &:= \mathfrak{M}_K(\phi_1, \phi_2, \phi_3, d_1, d_2, \omega_0, l_Q) \begin{pmatrix} x_a \\ x'_a \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Nach Ausmultiplikation der Teilmatrizen kann man vermöge (4.109) Verknüpfungsgleichungen zwischen den Blendenpotentialen  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  und  $\phi_3$ , der Quadrupolstärke  $\Phi_{2c}$ , den Lagen der Kardinalpunkte und den Brennweiten in den einzelnen Hauptschnitten ablesen. Aus diesen Gleichungen lassen sich Bedingungen an die Werte der Blendenpotentiale und an die Quadrupolstärke bei gegebenen Abständen ableiten.

Fordert man nur eine stigmatische Abbildung (siehe Abschnitt 5.2.2), bei der die Abbildungsmaßstäbe in den Abbildungsschnitten verschieden sind, so müssen nur die Lagen der Brennebenen in den beiden Schnitten übereinstimmen. Für eine runde Abbildung (siehe Abschnitt 5.2.1) fordern wir zusätzlich die Übereinstimmung der Brennweiten.

Diese Bedingungsgleichungen haben wir aufgestellt und numerisch gelöst, um Startwerte für eine genauere Berechnung der Kammlinse mit dem Raytracingverfahren (Abschnitt 4.7) zu erhalten.

Bei der Auswahl der elektronenoptischen Systeme haben wir uns auf symmetrische beschränkt, die bei einem Drei-Blendensystem durch  $\phi_1 = \phi_3$  und  $d_1 = d_2$  und damit  $f = \bar{f}$  gegeben sind.

## 4.7 Numerische Berechnung der Elektronenbahnen

Nachdem mit Hilfe der im vorherigen Abschnitt erläuterten Matrizenmethode eine Grobeinstellung der Spannungsbelegung der interessanten Systeme durchgeführt wurde, schließt sich nun eine genauere Berechnung der Abbildungseigenschaften der Kammlinse an. Als Randbedingungen an die Arbeitsweise dieser Linse fordern wir mindestens eine stigmatische Abbildung einer Ebene, also den Zusammenfall der objektseitigen Brennebenen in beiden Hauptschnitten und eine Maximalfeldstärke des Quadrupols, die unterhalb der im Abschnitt 4.5 angegebenen Schranke bleibt. Zusätzlich muß sich die bildseitige Brennebene außerhalb der Linse befinden, da andernfalls kein Arbeitsabstand zur Linse verbleibt.

Haben wir mit Hilfe der Matrizenmethode ein brauchbares System, welches die obigen Anforderungen erfüllt, ausgewählt und die Spannungsbelegung voreingestellt, dann schließt sich die exakte Berechnung der abbildenden Felder nach dem oben erläuterten Ersatzladungsverfahren an. Die bereits erhaltenen Werte der Blendenpotentiale und der Quadrupolstärke dienen als Grundlage einer dreidimensionalen Ladungssimulation des Potentials und der elektrischen Feldstärke. Diese Felder ermöglichen dann die numerische Berechnung der Elektronenbahnen. Die numerische Berechnung der kompletten Bewegungsgleichungen wird im folgenden Abschnitt beschrieben. Die mit Hilfe der Matrizenmethode erhaltenen Werte der Potentiale und Quadrupolstärke dienen als Startwerte für die Berechnung der Raytracingbahnen. Die resultierenden Lagen der Kardinalpunkte in beiden Schnitten stimmen im allgemeinen nicht mehr mit den Vorgaben überein. Durch iterative Variation der Blendenpotentiale und der Quadrupolstärke nach dem Newtonverfahren werden diese Abweichungen sukzessive abgebaut.

Die Raytracingmethode ermöglicht zusätzlich die genaue Berechnung weiterer Elektronenbündel. Aus den Bahnen solcher Strahlen lassen sich die optischen Abbildungseigenschaften fern des Gaußschen Bereichs berechnen und beurteilen (siehe Abschnitt 4.7.2).

### 4.7.1 Lösung der Bewegungsgleichung

Grundlegend für die Berechnung der Elektronenbahnen sind die Differentialgleichungen (4.68) und (4.69)

$$x'' = \frac{1 + x'^2 + y'^2}{2\phi(\mathbf{r})} (E_x - x' E_z) \quad (4.68)$$

$$y'' = \frac{1 + x'^2 + y'^2}{2\phi(\mathbf{r})} (E_y - y' E_z), \quad (4.69)$$

bei denen die Zeit  $t$  zugunsten der  $z$ -Koordinate eliminiert ist, da in der Elektrooptik hauptsächlich die geometrische Form der Bahnen von Bedeutung ist und nicht die Zeit, in der diese durchlaufen werden. Diese beiden gekoppelten Differentialgleichungen 2. Ordnung führen wir in ein Differentialgleichungssystem erster Ordnung über, indem wir

$$x'_1 = x_2 \quad (4.125)$$

$$x'_2 = -\frac{1 + x_2^2 + x_4^2}{2\phi(x_1, x_3, z)} \left( E_x(x_1, x_3, z) - x_2 E_z(x_1, x_3, z) \right) \quad (4.126)$$

$$x'_3 = x_4 \quad (4.127)$$

$$x'_4 = -\frac{1 + x_2^2 + x_4^2}{2\phi(x_1, x_3, z)} \left( E_y(x_1, x_3, z) - x_2 E_z(x_1, x_3, z) \right) \quad (4.128)$$

mit

$$x_1 = x, \quad x_2 = x' \quad (4.129)$$

$$x_3 = y, \quad x_4 = y' \quad (4.130)$$

ansetzen.

Dieses nichtlineare Differentialgleichungssystem läßt sich nun mit numerischen Methoden unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen

$$x(z_0) = x_0, \quad x'(z_0) = x'_0 \quad (4.131)$$

$$y(z_0) = y_0, \quad y'(z_0) = y'_0 \quad (4.132)$$

lösen.

Zur numerischen Lösung der Differentialgleichungen haben wir ein eingebettetes Runge-Kutta-Verfahren benutzt, da solche Verfahren eine effektive Schrittweitensteuerung mit geringem Mehraufwand ermöglichen [37]. Zur Anwendung kam ein effektiv sechststufiges Verfahren nach Dormand und Prince vom Typ RK 5(4) [38, 39].

Wir haben uns für dieses Runge Kutta Paar entschieden, da es bei gegebener Ordnung das ausgereifteste Verfahren mit kleinster Fehlerkonstante darstellt und mit recht wenigen Funktionsauswertungen bereits eine hohe Genauigkeit der Schätzung des Abschneidefehlers und damit der Berechnung der Lösungen des Differentialgleichungssystems ermöglicht [37].

### 4.7.2 Bestimmung der Abbildungsfehler

Befindet sich ein Strahl bei einer Abbildung außerhalb des paraxialen Bereichs, so wird die Abbildungsqualität durch die Bildfehler der Linse begrenzt. Unter den Bildfehlern versteht man die Abweichung der exakten Bahn in der Gaußschen Bildebene  $z = z_b$ . Diese wird durch die Schnittpunkte der paraxialen Bahnen mit der optischen Achse gegeben.

Ein wesentliches Ziel der theoretischen Elektronenoptik besteht in der Suche nach elektronenoptischen Systemen, bei denen die Bildfehler möglichst gering oder Null sind. Denn die Abweichungen von der idealen, paraxialen Abbildung wird eben gerade durch die Größe der Bildfehlerkoeffizienten gegeben. Unter einer idealen Abbildung versteht man, daß alle Bahnen, die von einem Objektpunkt starten in der Bildebene wieder in einem Punkt zusammentreffen.

Wir beschränken uns innerhalb dieser Arbeit auf die Untersuchung der Abbildungseigenschaften bei der Sondenformung im Rasterbetrieb. In der Regel arbeitet man dabei mit teleskopischer Strahlführung an der letzten Linse. Das Bündel fällt parallel ein und wird auf das in der Gaußschen Bildebene befindliche Objekt fokussiert. Hätte man weder Bildfehler noch Wechselwirkung der Elektronen untereinander und ein ideal paralleles Bündel, so wäre die Sonde punktförmig.

Bei der Untersuchung des (in den meisten Fällen [40]) dominierten Beitrags der Öffnungsfehlers der letzten Linse geht man entsprechend von einem parallel einfallenden (wechselwirkungsfreien) Bündel aus. Abbildung 4.26 zeigt für jeden Schnitt schematisch den Sachverhalt.

Der (in den beiden Schnitten unterschiedliche) Öffnungsfehler der Linse sorgt dafür, daß die Bahnen die Achse nicht in der Gaußschen Bildebene schneiden. Der Versatz  $\Delta z_\alpha$  bzw.  $\Delta z_\beta$ , der zur Sondenflackaufweitung  $\Delta x$  bzw.  $\Delta y$  führt, hängt vom Einfallswinkel  $\alpha$  bzw.  $\beta$  ab.

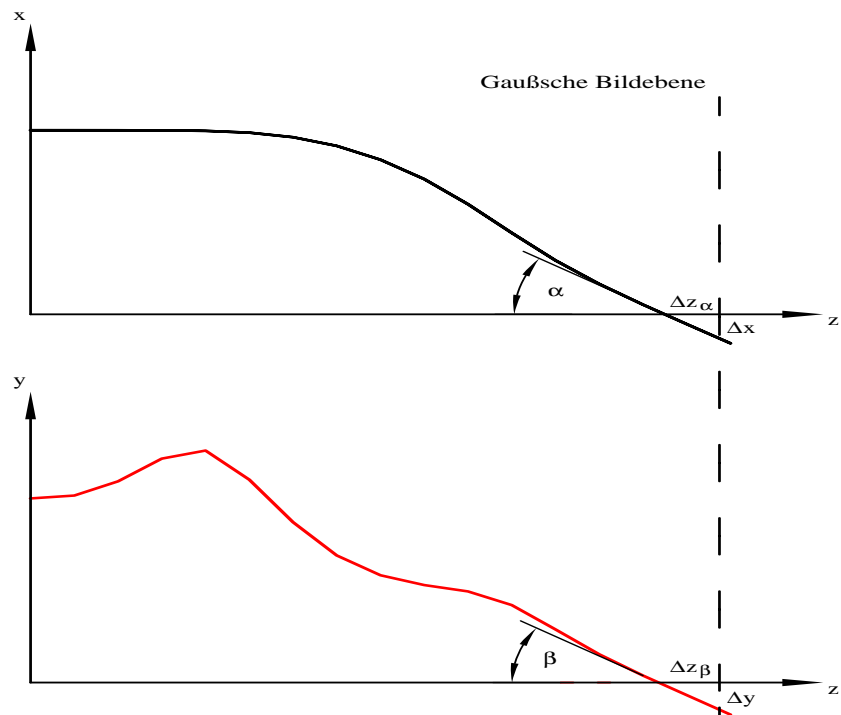
Die Achsabweichung in der Gaußschen Bildebene läßt sich in diesem Fall als Polynom der Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  darstellen. Wählen wir den Einfall des Strahls auf die Linse derart, daß sich dieser komplett im  $xz$ -Schnitt befindet ( $\beta = 0$ ), so ist die Abweichung in der Gaußschen Ebene durch

$$\Delta x = \alpha C_\alpha + \alpha^3 C_{\alpha\alpha\alpha} \quad (4.133)$$

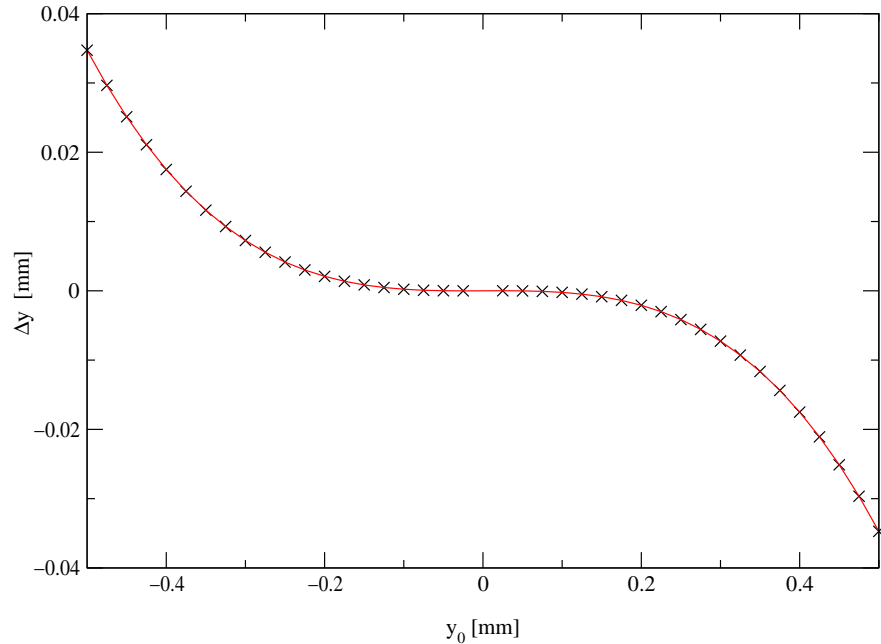
gegeben. Aufgrund der Zweischnittsymmetrie der Kammlinse dürfen nur ungerade Exponenten in  $\alpha$  auftreten.

Um die Koeffizienten bis einschließlich 3. Ordnung zu erhalten, haben wir eine große Anzahl von Bahnen mit zunehmendem Winkel  $\alpha = x_0/f_x$  bestimmt, indem wir den Achsabstand vor der Linse äquidistant erhöht haben. Legt man eine Parabel dritter Ordnung durch die so entstandene Punktmenge  $\Delta x(\alpha)$ , so kann der Koeffizient  $C_{\alpha\alpha\alpha}$  bestimmt werden. Ein Beispiel solch einer Regressionskurve zeigt 4.27.

Entsprechend kann man durch Variation des Winkels  $\beta$  für  $\alpha = 0$  die Öffnungsfehlerkonstante  $C_{\beta\beta\beta}$  bestimmen. Genauer zu Bildfehlern befindet sich in [41].



**Abbildung 4.26:** Größen bei der Berechnung der Bildfehler.



**Abbildung 4.27:** Regressionskurve zur Bestimmung des Öffnungsfehlers. Anstelle von  $\beta$  wurde hier  $y_0 = \beta f_y$  als Variable gewählt. Die Kreuze entsprechen den Raytracingbahnen.

## 5 Abbildungseigenschaften der Kammlinse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der numerischen Rechnungen präsentiert. Wir unterscheiden zwischen zwei verschiedenen Arbeitsweisen der Kammlinse:

- dem Rundlinsenmodus und
- der anamorphotischen Abbildung.

Die Einstellung, bei der eine runde Abbildung der Linse erzielt wird, bezeichnen wir als Rundlinsenmodus. Für diesen Modus müssen die Brenn- und die Hauptebenen in den beiden Abbildungsschnitten übereinstimmen. Diese Art der Abbildung entspricht der konventionellen Abbildung mittels Rundlinsen (abgesehen von zusätzlich auftretenden Abbildungsfehlern) und ist besonders für die Abbildung eines Objektbereichs auf eine Bildebene geeignet. Eine Anwendungsmöglichkeit für einen Linsentyp mit weit verschiebbarer Achse stellt die Projektivlinse im Rahmen des SCALPEL [42] bzw. PREVAIL [43] Projekts dar.

Bei der Projektion bestimmt die Bildfeldgröße bezogen auf das kleinste auflösbare Bildelement, einen *Pixel*, die Leistungsfähigkeit eines optischen Systems. Denn dieser Wert gibt die pro Aufnahme gleichzeitig übertragbare Anzahl von Bildelementen an und bestimmt deshalb den Durchsatz des Systems.

Falls man in erster Linie an der Formung einer Sonde interessiert ist, bietet sich ein anamorphotisches System an. Solch ein System ist dadurch definiert, daß die Vergrößerungen  $M_x$  und  $M_y$  in den beiden Abbildungsschnitten unterschiedlich sind. Die Lagen der bildseitigen Brennpunkte fallen zusammen; die Brennweiten  $f_x$  und  $f_y$  und damit die Lagen der Hauptebenen sind jedoch voneinander verschieden.

Systeme zur Sondenformung werden in der Elektronenstrahlolithographie, beim Elektronenstrahlschweißen und bei der Kunstlederproduktion benutzt.

Die wesentliche Kenngröße für ein System zur Sondenformung stellt bei gegebener Auflösung (die in diesem Fall der gewünschten Sondengröße entspricht) die maximal mögliche Querschnittsfläche des auf die Linse einfallenden Bündels dar. Diese Größe ist bei teleskopischem Strahlverlauf entscheidend, denn je größer

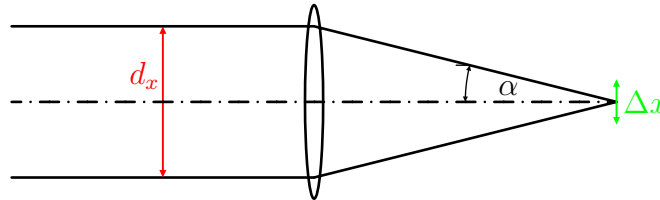
diese Fläche gewählt werden kann, desto größer wird der für die Schreibgeschwindigkeit wesentliche Strahlstrom.

Bei der Betrachtung der Abbildungseigenschaften der Kammlinse haben wir uns vorerst auf das Rastern beschränkt.

## 5.1 Problemstellung

Entscheidend für die Anwendung einer Linse in einem Elektronenstrahlschreibgerät ist die Abbildung eines weiten teleskopisch einfallenden Bündels mit möglichst großem Radius in die Brennebene, um einen großen Strom  $I$  in die Waferebene zu übertragen. Diese Bündelgröße sorgt zum einen dafür, daß die Verschlechterung der Auflösung bedingt durch stochastische Strahlwechselwirkungen bei großen Strahlströmen akzeptabel bleibt. Zum anderen wird die Schreibgeschwindigkeit, da diese durch den Quotienten aus dem Strom  $I$  und der Empfindlichkeit des Photoresists  $S$  begrenzt wird. Bei dieser Abschätzung sind die von der Art der Maschine abhängigen Größen wie die zur Ablenkung des Strahls benötigte Zeit, Latenzzeiten der Spulen usw. noch nicht berücksichtigt, welche den Durchsatz der Maschine gemessen in der Anzahl von Waferebenen pro Stunde erniedrigen.

Der Strahlengang beim Rastern wird in der Regel so geführt, daß ein weites Bündel mit großer Querschnittsfläche  $A$  parallel (*teleskopisch*) auf die Linse einfällt (siehe Zeichnung 5.1).



**Abbildung 5.1:** Strahlführung bei der Sondenformung im  $x$ -Schnitt.

Die Strahlen werden auf einen kleinen Fleck fokussiert, dessen Größe das Auflösungsvermögen der Linse darstellt. Die Ausdehnung des Flecks in  $x$ - und in  $y$ -Richtung seien mit  $\Delta x$  bzw.  $\Delta y$  bezeichnet. Die Auflösung wird (in den von uns betrachteten Fällen) durch die Öffnungsfehler der Linse in den beiden Abbildungsschnitten begrenzt (siehe Abschnitt 4.7.2). Für den  $xz$ -Schnitt resultiert bei vorgegebener Auflösung  $\Delta x$  aus der Öffnungsfehlerkonstanten  $C_{\alpha\alpha\alpha}$  ein maximal zulässiger Akzeptanzwinkel  $\alpha$

$$\alpha = \sqrt[3]{\frac{\Delta x}{C_{\alpha\alpha\alpha}}}, \quad (5.1)$$



der aufgrund des teleskopisch einfallenden Bündels zusammen mit der Brennweite  $f_x$  der Linse die lineare Ausdehnung des einfallenden Bündels in  $x$ -Richtung

$$d_x = 2f_x\alpha = 2f_x\sqrt[3]{\frac{\Delta x}{C_{\alpha\alpha\alpha}}} \quad (5.2)$$

festlegt. Mit der entsprechenden Formel für die Ausdehnung des Bündels in  $y$ -Richtung, die aus Gleichung (5.2) durch die Ersetzung von  $x$  durch  $y$  und  $\alpha$  durch  $\beta$  resultiert, erhalten wir für die gesuchte Kenngröße, die Querschnittsfläche  $A$  des Bündels, den Ausdruck

$$A = 4f_x f_y \sqrt[3]{\frac{\Delta x \Delta y}{C_{\alpha\alpha\alpha} C_{\beta\beta\beta}}} . \quad (5.3)$$

Anhand dieses Kriteriums lassen sich nun bei festgehaltener Auflösung Linsen verschiedenen Typs auf ihre Leistungsfähigkeit hin beurteilen. Dieses Vergleichskriterium gilt nur in dem Gebiet fern des durch die Beugung begrenzten Bereichs und bei moderaten Strahlströmen, in dem der Öffnungsfehler dritter Ordnung die Auflösung der Linse begrenzt.

Skaliert man sämtliche auftretenden Geometriegrößen der Linse unter Beibehaltung der Potentialwerte auf den Elektroden mit dem Faktor  $s$  ( $\mathbf{r} \rightarrow s\mathbf{r}$ ), so variiert die Bündelquerschnittsfläche mit  $s^{4/3}$ :

$$\tilde{A} = s^{4/3} 4f_x f_y \sqrt[3]{\frac{\Delta x \Delta y}{C_{\alpha\alpha\alpha} C_{\beta\beta\beta}}} = s^{4/3} A. \quad (5.4)$$

Das liegt daran, daß sowohl die Brennweiten als auch die Abbildungsfehler sich linear mit der Skalierungsgröße  $s$  ändern (z. B.  $f_x \rightarrow s f_x$ ,  $C_{\alpha\alpha\alpha} \rightarrow s C_{\alpha\alpha\alpha}$ ). Die Quadrupolstärke  $\phi_{2c}$  nimmt aufgrund der Proportionalität des Quadrupolpotentials  $\phi(\mathbf{r}) = \phi_{2c} r^2 \cos(2\alpha)$  zum Quadrat des Radius  $r$  bei der Skalierung reziprok zum Quadrat der Skalierungsgröße ab, sofern bei der Skalierung die Potentialwerte auf den Elektroden unverändert bleiben. Da die Bewegungsgleichungen (4.68) und (4.69) skalierungsinvariant sind, läßt sich die Geometrie mit der Brennweite  $f_{\text{alt}}$  durch Multiplikation mit dem Faktor  $s = f_{\text{neu}}/f_{\text{alt}}$  auf die Brennweite des Vergleichsystems  $f_{\text{neu}}$  umrechnen und so ein Vergleich zwischen zwei optischen Systemen der gleichen Anwendungsart durchführen.

Zuerst vergleichen wir Linsen des Kammlinsentyps mit unterschiedlichen Elektrodenanordnungen und -potentialen miteinander und gehen dann zum Vergleich mit der letzten Linse des bekannten EL-4 Systems über, welche vom VAIL-Typs ist [44] (siehe Abschnitt 2.3.2).

## 5.2 Betriebsmoden der Kammlinse

Ausgehend von den aus der Matrizenmethode gewonnenen Startlösungen (siehe Abschnitt 4.6) suchen wir nach Potentialbelegungen der Elektroden unser An-

ordnungen, die unter Berücksichtigung der tatsächlichen Feldverläufe zu den in der Matrizenmethode zugrundegelegten Abbildungseigenschaften führen. Hierzu berechnen wir mit Hilfe der Ersatzladungsmethode für ausgewählte Elektrodenanordnungen die elektrischen Felder und Potentiale. Aus den numerisch berechneten Elektronenbahnen erhalten wir dann die Kardinal Elemente dieser Linse.

Mit Hilfe eines Newtonverfahrens mit Dämpfung werden die Parameter – die Blendenpotentiale und die Quadrupolstärke – bei festgehaltener Geometrie variiert, solange bis ein System mit der gewünschten Abbildungscharakteristik und Brennpunkten an den geforderten Orten erreicht wird.

Um nicht stets bei einer Variation der Parameter einen neuen Lösungsvektor des Gleichungssystems (4.5) durch erneute Berechnung der Potentiale an den Orten der Testpunkte und eine anschließende Gaußelimination durchführen zu müssen, nützt man, um Rechenzeit zu sparen, die Linearität der Laplaceschen Differentialgleichung aus. Ein Basisvektor wird für ein System (bei festgehaltener geometrischer Konfiguration) berechnet, bei dem nur ein Bauelement (eine Schlitz- oder die Kammlinse) erregt ist. Dieses Element ist mit dem Potentialwert eins oder der Einheitsstärke belegt und die übrigen sind ausgeschaltet. Sie besitzen folglich ein Potential oder eine Multipolstärke mit dem Wert Null. Der resultierende Lösungsvektor  $l_{\text{ges}}$  des Gesamtsystems ergibt sich dann durch Linearkombination der einzelnen Basisvektoren  $l_i$  versehen mit ihren Werten  $a_i$ , den Potentialen auf den Blenden oder der Quadrupolstärke, als Linearfaktoren

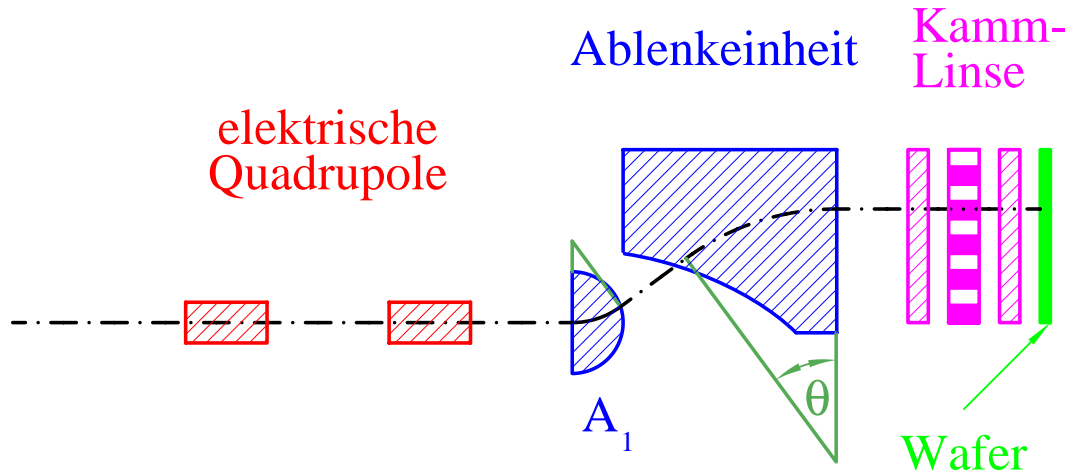
$$l_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^N a_i l_i. \quad (5.5)$$

Dieser kombinierte Lösungsvektor dient zur Berechnung der elektrischen Felder und des elektrischen Potentials bei der numerischen Berechnung der Bahnen.

Als eine Anwendung der Kammlinse schlagen wir den Einsatz als letzte Linse in einem Elektronenstrahlschreibsystem vor. Solch ein System besteht (vereinfacht) aus drei Teilen. Die Elektronenquelle und das Kondensorsystem definieren die Geometrie des Strahls. Den zweiten Abschnitt bildet eine Ablenkeinheit, deren Aufgabe darin besteht, den Elektronenstrahl parallel zu versetzen, so daß das Bündel stets senkrecht und teleskopisch auf die Kammlinse eintrifft. Die Kammlinse formt nun die Sonde auf dem Wafer und sorgt damit für die Belichtung der optischen Schicht.

Mit gegenwärtigen elektronenoptischen Ablenkern kann bisher nur eine Verschiebung des Strahls in einem kleinen Bereich von einigen Zentimetern fehlerarm erreicht werden. Um die volle Leistungsfähigkeit der Kammlinse in Bezug auf die weite Verschiebung der optischen Achse auszunutzen, wird ein Ablenker benötigt, der die Verschiebung längs eines Wafers (mit einem Durchmesser von typischerweise 8 Zoll) ermöglicht. Die Verschiebung des Wafers müßte dann – im Gegensatz zu bisherigen Systemen – nur noch in *eine* Richtung mechanisch erfolgen. Damit wäre eine deutliche Durchsatzerhöhung verbunden. Ein solches auf die besonderen

Gegebenheiten der Kammlinse angepaßtes Ablenssystem zeigt Abbildung 5.2.



**Abbildung 5.2:** Vorschlag eines kompletten Elektronenstrahlolithographiesystems zum sequentiellen Schreiben eines Flecks. Die Anordnung besteht aus einem Ablenssystem und der Kammlinse. Das Ablenssystem ist aus einem magnetischen Ablenker und zwei dynamisch nachgeführten elektrischen Quadrupolen aufgebaut.

Dieses besteht aus einem magnetischen Ablenssystem mit dynamisch fokussierenden Quadrupolen und einer Kammlinse als Variable Axis Lens. Von der Kammlinse in dieser Anordnung fordern wir, daß sie einen Bündelradius von einigen hundert Mikrometer in beiden Abbildungsschnitten übertragen kann. Die Maximalgröße des Bündels bei einer geforderten Auflösung von 50 nm wird nach der Formel (5.3) durch die Öffnungsfehler gegeben.

Die Konzeption und Analyse des Ablenssystems über das hier angegebene Stadium hinaus ist nicht Aufgabe dieser Arbeit und hätte den Rahmen gesprengt.

Um die Fähigkeiten der Kammlinse zu beurteilen, haben wir eine Brennweite von 36 mm und eine Auflösung von 50 nm bei einer Strahlspannung von 50 kV zugrundegelegt. Diese typischen Werte haben wir aus [44] entnommen.

Die wesentliche Größe eines sondenformenden Instrumentes stellt die Querschnittsfläche  $A$  des Bündels beim Eintritt in die Linse dar. Zur Maximierung dieser Größe benutzen wir folgende Vorgehensweise: Bei gegebener Geometrie werden durch eine möglichst „starke“ Abbildung, welche durch die kleinstmögliche Brennweite gegeben ist, die Öffnungsfehlerkonstanten minimiert. Durch anschließende Skalierung unter Beibehaltung der Potentialbelegung, wie am Ende des Abschnitts 5.1 beschrieben, gehen wir auf ein System mit der gewünschten Brennweite  $f$  über.

Zuerst haben wir in dieser Weise den Rundlinsenmodus und danach die anamorphotische Abbildung der Kammlinse untersucht.

### 5.2.1 Rundlinsenmodus

Eine runde Abbildung läßt sich sowohl zur Formung einer feinen Sonde und anschließendem Rastern über einem Objektbereich als auch zur gleichzeitigen Übertragung eines ausgedehnten Objektbereichs (*Projektion*) benutzen.

Da die Werte der beiden Öffnungsfehlerkonstanten sich deutlich voneinander unterscheiden, nutzt man im Rasterbetrieb die mögliche Querschnittsfläche besser aus, wenn zur Strahlformung eine optimal an die Linse angepaßte Geometrie verwandt wird. Dies trifft für die Kammlinse auf einen sogenannten Bandstrahl zu, dessen rechteckiger, bzw. elliptischer Querschnitt in  $x$ -Richtung wesentlich größer als in  $y$ -Richtung ist. Die Benutzung eines Bandstrahls stellt aber keinen Nachteil dar, da bei der Elektronenstrahlolithographie üblicherweise rechteckige Bündel benutzt werden.

Das erste berechnete System I besteht aus fünf Blenden. Die Blendenlagen im  $yz$ -Schnitt sind in Abbildung 5.3 skizziert. Der Abstand zweier benachbarter Schlitzblenden mit einer halben Öffnungsbreite  $y_0 = 1$  mm beträgt 6 mm. Zur Simulation des Quadrupols der Länge  $l_Q = 15$  mm benutzen wir 20 Stäbe pro Quadrant mit einem Abstand von  $a = 0,25$  mm in  $x$ -Richtung und  $d = 2,5$  mm in  $y$ -Richtung. Den Vergleich zwischen den mit Hilfe der Matrizenmethode erhaltenen SCOFF-Bahnen und den tatsächlichen Bahnverläufen zeigt Abbildung 5.3.

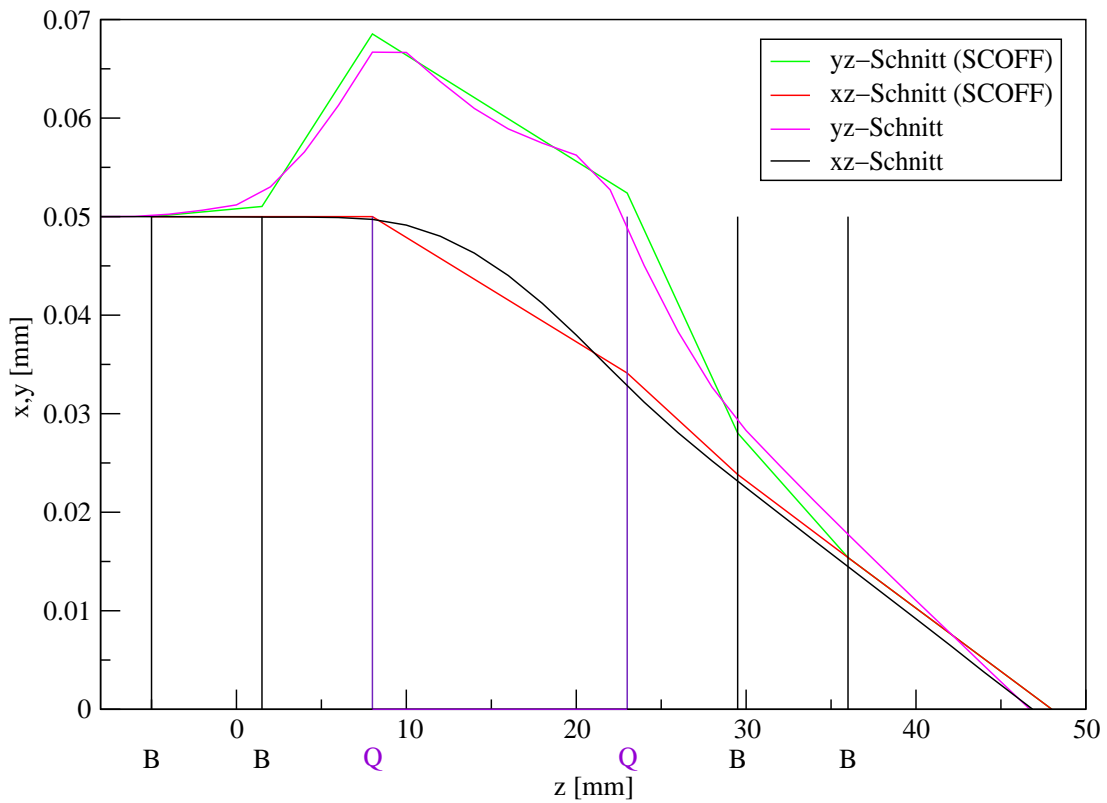
Zwischen den SCOFF-Bahnen und den Raytracing-Bahnen besteht eine recht gute Übereinstimmung. Die SCOFF-Lösungen eignen sich als Startwerte für eine Newtoniteration basierend auf den tatsächlichen Feldern.

Diese Linse besitzt bei einer Brennweite  $f = 30$  mm im  $xz$ -Schnitt eine Öffnungsfehlerkonstante  $C_{\alpha\alpha\alpha}$  von 2,8 mm und im  $yz$ -Schnitt eine Öffnungsfehlerkonstante  $C_{\beta\beta\beta}$  von 5400 mm.

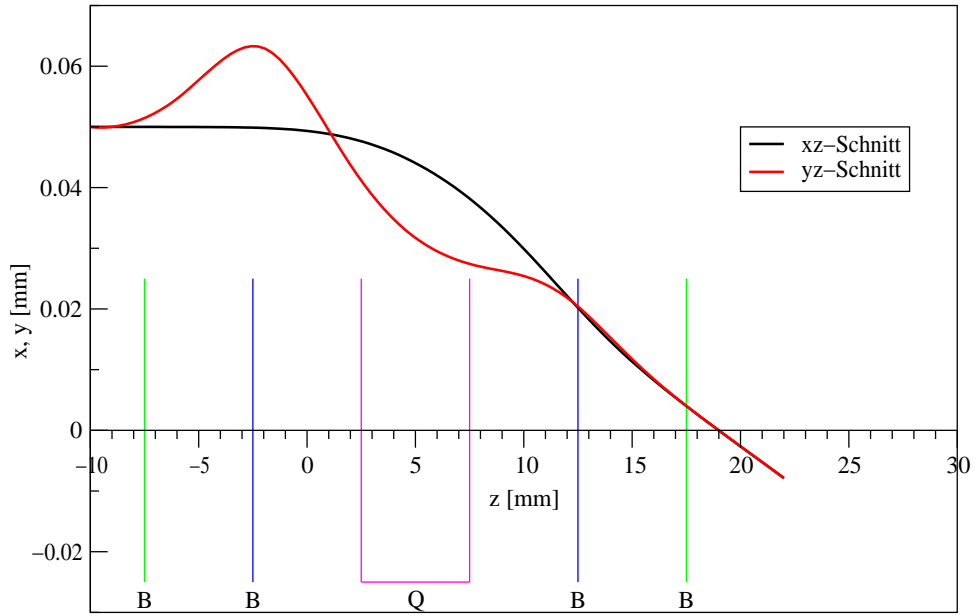
Um auf eine Brennweite von  $f = 36$  mm zu gelangen, multipliziert man sämtliche Längen mit einem Faktor  $s = 1,2$  und erhält dann für die Bündelquerschnittsfläche  $A$  einen Wert von  $0,16$  mm<sup>2</sup> (siehe Tabelle 5.1). Um die Öffnungsfehler zu verringern, haben wir versucht eine möglichst kompakte Linse zu erzeugen, um die Kenngröße zu verbessern.

Die im folgenden vorgestellte Linse II versucht durch kompakte Bauweise den Öffnungsfehler möglichst klein zu halten. Diese Linse besteht aus zwei Paaren von Schlitzblenden mit einem Abstand von jeweils fünf Millimetern. Die Schlitzbreite nimmt den doppelten Wert wie in der vorherigen Anordnung an ( $y_0 = 2$  mm) und der Quadrupol besitzt eine Länge von nur noch fünf Millimeter (siehe Abbildung 5.4 bzw. Abbildung 5.5). Für diese Geometrie fanden wir zwei Lösungen (Eintrag IIa und IIb in Tabelle 5.1), die nach der Skalierung mit dem Skalierungsfaktor  $s$  in etwa zu derselben Bündelquerschnittsfläche führen wie das zuerst berechnete System. Lösung IIa beschreibt eine Beschleunigungslinse und Lösung IIb eine Verzögerungslinse.

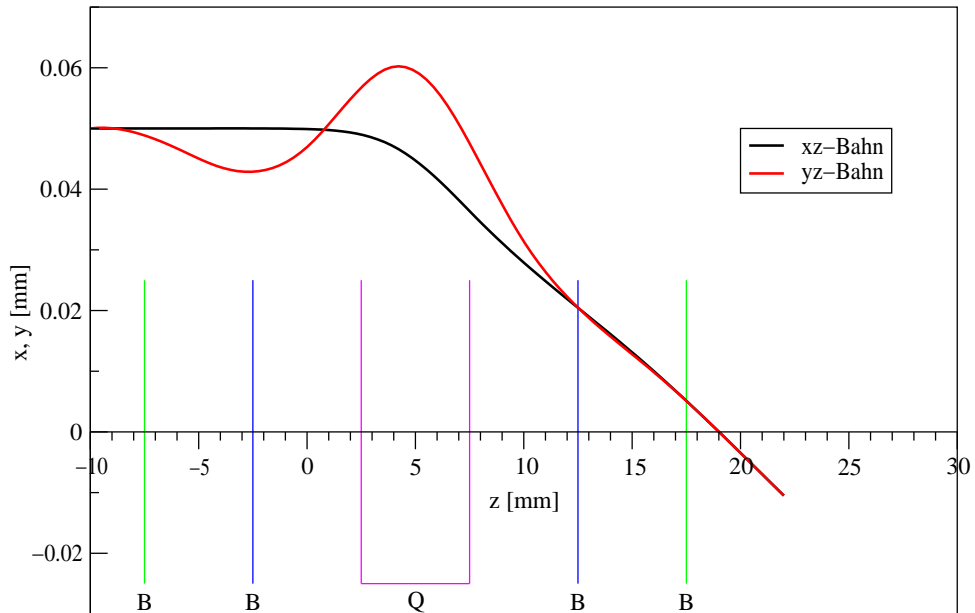
Das asymmetrische System III besteht aus drei Schlitzblenden und Kammblende. Die Anordnung der Elemente und die Bahnverläufe dieser Geometrie zeigt



**Abbildung 5.3:** Vergleich der Raytracingbahnen mit denen mit Hilfe der Matrizenmethode berechneten SCOFF-Bahnen für das Fünfblendensystem I. Zur Verdeutlichung der Linsengeometrie sind die Lagen der Blende (Symbol B) und des Kamms (Symbol Q) eingetragen.

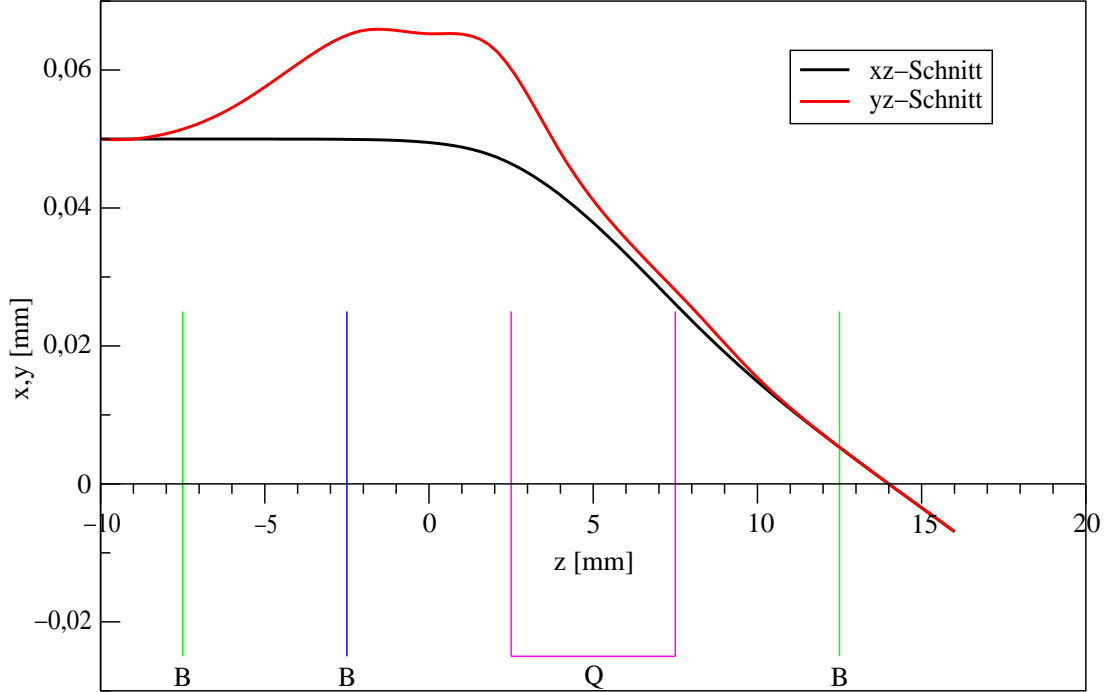


**Abbildung 5.4:** Bahnen des Fünfblendensystems IIa betrieben als Beschleunigungslinse, Blendenpotentiale  $\phi_0 = 50 \text{ kV}$ ,  $\phi_1 = 13254,2 \text{ V}$ ,  $\phi_2 = 30617 \text{ V}$ ,  $\phi_{2c} = 259,2 \text{ V/mm}^2$ .



**Abbildung 5.5:** Bahnen des Fünfblendensystems IIb betrieben als Verzögerungslinse. Blendenpotentiale  $\phi_0 = 50 \text{ kV}$ ,  $\phi_1 = 91696,4 \text{ V}$ ,  $\phi_2 = 25233,9 \text{ V}$ ,  $\phi_{2c} = 479,3 \text{ V/mm}^2$ .

Abbildung 5.6. Die Abbildungseigenschaften dieses System kann man aus dem vierten Eintrag der Tabelle 5.1 entnehmen.



**Abbildung 5.6:** Bahnen des Vierblendensystems III. Blendenpotentiale  $\phi_0 = 50 \text{ kV}$ ,  $\phi_1 = 15450,6 \text{ V}$ ,  $\phi_2 = 12770 \text{ V}$ ,  $\phi_{2c} = 326,96 \text{ V/mm}^2$ .

Hierbei ist anzumerken, daß unsere Potentialberechnung des Quadrupols exakt nur für symmetrische Potentialverläufe rechts und links des Quadrupols konzipiert ist. Es zeigte sich aber, daß die asymmetrische Linse III in  $z$ -Richtung bezüglich der Mitte des Kamms gering genug sind, daß es keiner verallgemeinernden Modifikation der symmetrischen Stabladungen bedarf.

Aus Tabelle 5.2 geht hervor, daß bei allen Systemen nach der Skalierung die resultierenden Maximalwerte der elektrischen Feldstärke zwischen den Schlitzblenden (in der Tabelle mit  $\tilde{E}_{\max}^B$  bezeichnet) im tolerablen Bereich liegt. Der noch hinreichend unkritische Richtwert von  $5 \text{ kV/mm}$  für den Maximalwert der Feldstärke bei guten beträgt mindestens wird nur von System IIb geringfügig überschritten. Auch auf den Oberflächen der Stabladungen, die experimentell durch Lamellen realisiert werden, resultiert aus der Abschätzung in Abschnitt 4.5 nach Gleichung (4.89) ein tolerabler Grenzwert der Feldstärke  $\tilde{E}_{\max}^Q$ .

Beim Vergleich der Öffnungsfehler fällt auf, daß die Öffnungsfehlerkonstante  $C_{\beta\beta\beta}$  stets wesentlich größer ausfällt als die entsprechende Konstante  $C_{\alpha\alpha\alpha}$  im  $xz$ -Schnitt. Dies kann man sich folgendermaßen erklären: Die Abbildungsqualität einer Linse wird dadurch begünstigt, daß die Elektronenbahnen möglichst nahe

n	$\phi_1$ [V]	$\phi_2$ [V]	$\phi_{2c}$ [V/mm <sup>2</sup> ]	$f_x$ [mm]	$f_y$ [mm]	$C_{\alpha\alpha\alpha}$ [mm]	$C_{\beta\beta\beta}$ [mm]	$s$	$A$ mm <sup>2</sup>	$A_0/A$
I	55705	27141	49,3	30,0	30,0	10,1	5670	1,20	0,161	4,7
IIa	13254	30617	259,2	19,0	19,0	23,0	1700	1,89	0,136	5,5
IIb	91696	25233	479,3	15,0	15,0	13,5	910	2,40	0,169	4,5
III	15451	12770	327,0	14,2	14,2	18,0	830	2,54	0,154	4,9
IV	10453	n.v.	361,5	15,0	6,0	57,4	86,4	6,0	0,309	2,4

**Tabelle 5.1:** Abbildungseigenschaften und Potentialwerte der betrachteten Kammlin-  
sen. Zur Verdeutlichung der Zuordnung der Potentiale und den Blenden-  
lagen siehe Abbildung 5.3 bis 5.6. Die letzte Spalte wird im Text (siehe  
Kapitel 5.3) erläutert.

n	$s$	$a$ [mm]	$d$ [mm]	$l_B$ [mm]	$l_Q$ [mm]	$\phi_{2c}$ [V/mm <sup>2</sup> ]	$\tilde{E}_{\max}^B$ [kV/mm]	$\tilde{E}_{\max}^Q$ [kV/mm]
I	1,20	0,25	3,0	6,5	15,0	29,17	3,44	0,80
IIa	1,89	0,25	3,0	5,0	5,0	72,56	3,88	2,67
IIb	2,40	0,25	3,0	5,0	5,0	83,21	5,54	3,87
III	2,54	0,25	3,0	5,0	5,0	50,69	2,72	2,49
IV	6,0	0,25	3,0	n.v.	5,0	10,0	1,32	1,17

**Tabelle 5.2:** Geometriedaten der Linsen. Zusätzlich sind die Maxima der elektri-  
schen Feldstärke der auf eine Brennweite von  $f = 36$  mm skalierten Sys-  
teme zwischen den Blenden  $\tilde{E}_{\max}^B$  und den Lamellen des Quadrupols  
 $\tilde{E}_{\max}^Q$  angegeben. Selbst der höchste Wert der elektrischen Feldstärke von  
5,5 kV/mm stellt bei guten Vakuumbedingungen kein Problem dar. Die  
mit einer Tilde versehenen Größen beziehen sich auf das skalierte, die  
übrigen Werte auf das unskalierte Originalsystem.



bei der Achse verbleiben. Befinden sie sich nahe genug bei der Achse im sogenannten paraxialen oder Gaußschen Bereich, so sind die Abbildungseigenschaften der Linse hervorragend. Wie in den Abbildungen 5.3 bis 5.6 zu erkennen ist, ist der maximale Strahlablage in  $y$ -Richtung stets größer als in  $x$ -Richtung.

Der Hauptgrund für die unterschiedlichen Werte der Öffnungsfehlerkonstanten  $C_{\alpha\alpha\alpha}$  bzw.  $C_{\beta\beta\beta}$  besteht darin, daß der paraxiale Bereich, definiert durch das Gebiet, in dem die Felder allein durch die lineare Ordnung ihrer Entwicklung nach dem Achsabstand beschrieben werden, bei Schlitzblenden in Richtung des Schlitzes deutlich größer ist als senkrecht dazu.

Wir möchten nicht den Anschein erwecken, daß die Auswahl der angeführten Systeme mit der angegebenen Optimierungsstrategie bereits die optimale Konfiguration in Bezug auf das Kriterium des maximalen auf die Linse einfallenden Bündelquerschnitts bei gegebener Auflösung beinhaltet. Jedoch scheint trotz der deutlich voneinander abweichenden Geometrien und Potentialbelegungen die Fläche  $A$  stets in etwa gleich groß.

Hieraus schließen wir, daß die Verbesserung durch eine „Feinoptimierung“ der Geometrieparameter im Vergleich zum Optimierungspotential, welches eine Abänderung der Form der einzelnen Elektroden beinhaltet, nicht ins Gewicht fällt. Denn bei Rundlinsen hat man herausgefunden, daß durch Abänderung des Elektrodenprofils bei sonst festgehaltener Geometrie die Öffnungsfehler drastisch verbessert werden können und die geometrisch einfachste Form, die vom Profil her am ehesten den in den numerischen Simulationen verwendeten Schlitzblenden entspricht, die bei weitem schlechtesten Abbildungseigenschaften besitzt [45].

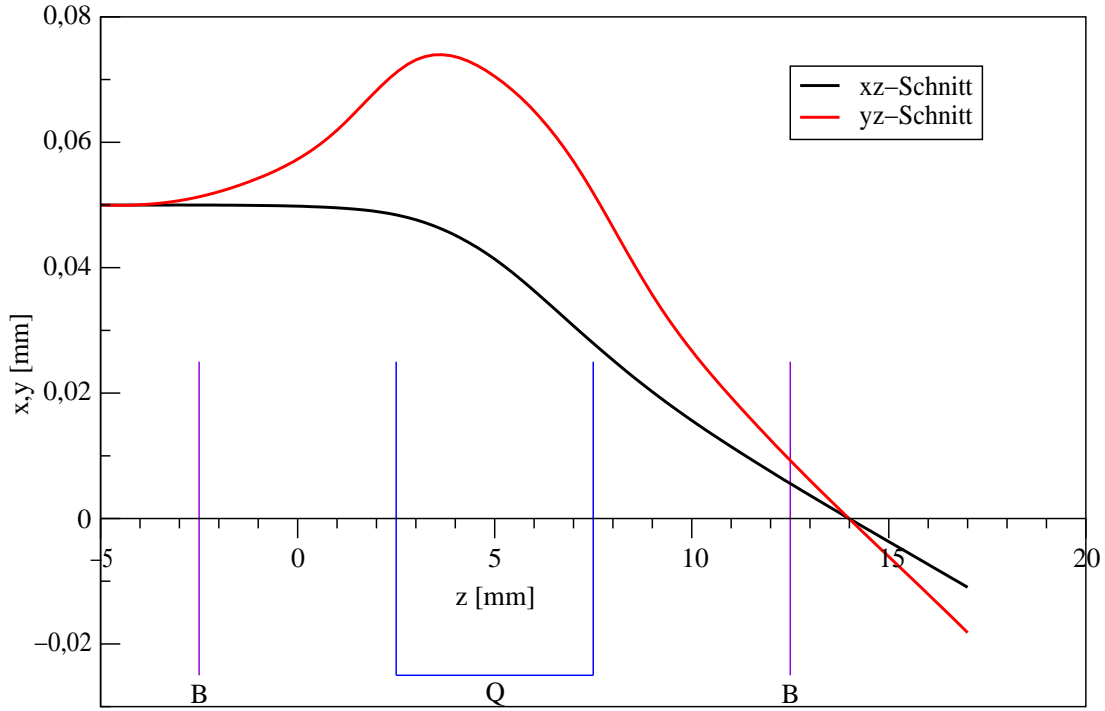
Obwohl wir aufgrund der einfacheren Berechenbarkeit nur dünne Schlitzblenden mit rechteckigem Profil benutzt haben, konnten wir zeigen, daß komplexe dreidimensionale Kammlinsen berechenbar sind und Lösungen mit hinreichend kleinen Brennweiten existieren. Die Systeme sind zudem in Bezug auf das Kriterium der Durchbruchfeldstärke realisierbar.

## 5.2.2 Anamorphotische Abbildung

Unter einer anamorphotischen Abbildung versteht man eine Abbildung, bei der die Vergrößerung in den beiden Hauptschnitten unterschiedlich ist. Solch eine Abbildung ist besonders zur Formung einer dünnen Spitze zum seriellen Beschreiben einer Fläche (wie z. B. einem Wafer) geeignet. Zusammen mit den übrigen optischen Elementen bildet diese Linse einen (im allgemeinen) unrunden Fleck, der von einem Ablenkssystem verschoben wird. Solch ein System findet Anwendung in der Elektronenstrahlolithographie und beim Elektronenstrahlschweißen, also in Anwendungen, bei denen es darauf ankommt, eine hohe Energiedichte in einem kleinen Fleck zu erzeugen, das Profil des Flecks aber nicht unbedingt rund sein muß. Eine weitere Möglichkeit besteht in der Fokussierung eines geeignet geformten Bandstrahls, der durch die anamorphotische Abbildung in einen Strahl mit rundem Querschnitt verwandelt wird.

Da die Rundlinsensysteme in den beiden Schnitten stark unterschiedliche Akzeptanzwinkel  $\alpha$  und  $\beta$  aufgrund unterschiedlicher Öffnungsfehlerkonstanten besitzen, stellt sich die Frage, ob durch den Übergang zu unterschiedlichen Brennweiten  $f_x$  und  $f_y$  ein in etwa quadratisches Bündel übertragen werden kann.

Ein anamorphotisches System IV, welches diese Eigenschaft besitzt, zeigt Abbildung 5.7.



**Abbildung 5.7:** Bahnen eines Dreiblendensystems, Blendenpotentiale  $\phi_0 = 50 \text{ kV}$ ,  $\phi_1 = 10453,7 \text{ V}$ ,  $\phi_{2c} = 361,5 \text{ V/mm}^2$ ;  $l_Q = 5 \text{ mm}$ .

Diese Linse besitzt im  $xz$ -Schnitt eine Brennweite  $f_x = 15 \text{ mm}$  und einen Öffnungsfehler  $C_{\alpha\alpha\alpha} = 6 \text{ cm}$ . Im  $yz$ -Schnitt erhalten wir eine Brennweite  $f_y = 5 \text{ mm}$  bei einem Öffnungsfehler  $C_{\beta\beta\beta} = 8 \text{ cm}$ . Die Akzeptanzwinkel betragen  $\alpha = 9,5 \text{ mrad}$  und  $\beta = 8,3 \text{ mrad}$ .

Um die Abbildungseigenschaften dieses Systems mit den übrigen zu vergleichen, stehen wir vor dem Problem, daß das Dreiblendensystem in den beiden Abbildungsschnitten unterschiedliche Brennweiten besitzt. Da diese Linse jedoch nur für das Rastern angewandt werden soll, skalieren wir diese Anordnung derart, daß die bildseitigen Hauptebenen möglichst weit entfernt von der Brennebene liegen.

Deshalb wählen wir die Skalierungsgröße  $s = 6$ , damit die Brennweite im  $yz$ -Schnitt den Wert von  $36 \text{ mm}$  annimmt. Die auf die Brennweiten  $\hat{f}_x$  und  $\hat{f}_y$  skalierte Linse besitzt eine Bündelquerschnittsfläche  $A = 309 \times 10^{-9} \text{ m}^2$ . Dieser Wert ist in etwa doppelt so groß wie die auf runde Abbildung zugeschnittenen Systeme.

### 5.3 Vergleich der Abbildungseigenschaften mit bestehendem System

Zur Bewertung der Abbildungseigenschaften der betrachteten Kammlinsen vergleichen wir diese mit der letzten Linse des EL-4 Systems [44].

Dieses Rundlinsensystem besitzt eine Brennweite  $f$  von 36 mm und einen Farb- bzw. Öffnungsfehler von  $C_C = 20$  mm bzw.  $C_S = 25$  mm. Die Strahlenergie beträgt 50 kV.

Das EL-4-System besitzt zwei Anwendungsmöglichkeiten: Zum einen zum Schreiben von Masken für die lithographische Lithographie bei einer Auflösung von 250 nm und einer Resistempfindlichkeit von  $8 \mu\text{C}/\text{cm}^2$ . Zum anderen ist das direkte Beschreiben eines Wafers („direct-write“) mit einer Kantenauflösung von 50 nm und einer Resistempfindlichkeit von  $25 \mu\text{C}/\text{cm}^2$  möglich [46].

Aus den angegebenen Werten des Öffnungsfehlers und der Auflösung von 50 nm erhält man vermöge der Formel (5.2) einen Akzeptanzwinkel von 13,5 mrad, der mit dem aus der Graphik Nummer 5 aus [44] hervorragend übereinstimmt. Bei einem Strom von  $0,5 \mu\text{A}$  wird die Güte der Abbildung also allein durch den sphärischen Öffnungsfehler begrenzt. Man darf aus drei Gründen nicht erwarten, daß die Kammlinse die Abbildungseigenschaften des EL-4 Systems besitzt.

1. Die EL-4 Linse ist über eine lange Zeit gereift und optimiert worden, während unsere Systeme vorerst aus simplen ebenen bzw. kastenförmigen Elektroden zusammengesetzt sind.
2. Ein aus unrunder Elementen aufgebautes unkorrigiertes System besitzt grundsätzlich schlechtere Abbildungseigenschaften als eine Rundlinse.
3. Die letzte Linse des EL-4 Systems nutzt zur Reduktion des Öffnungsfehlers das Prinzip der magnetischen Immersion, bei dem das Objekt im magnetischen Feld liegt. Diese Möglichkeit steht einer elektrostatischen Linse nicht zur Verfügung. Der Wafer muß sich im feldfreien Raum befinden.

Als Vergleichskriterium verwenden wir die in Abschnitt 5.1 (siehe Gleichung 5.3) eingeführte maximale Bündelquerschnittsfläche  $A$  bei vorgegebener Auflösung. Anhand des Zusammenhangs

$$A_0 = \pi \left( \frac{d_x}{2} \right)^2 = \pi (\alpha_x f)^2 \quad (5.6)$$

folgt für die Querschnittsfläche  $A_0$  des runden Bündels ein Wert von  $0,742 \text{ mm}^2$ .

Diese Fläche  $A_0$  ist etwa vier bis fünfmal größer als die Werte, welche die Kammlinse bei denselben Abbildungsparametern liefert (siehe Tabelle 5.1). Dieses Verhältnis liegt im Rahmen dessen, was man von einem aus unrunder Elementen aufgebauten System erwartet.

Geht man auf die Anwendung des Rasterns über, so kann man durch ein besonders auf die unterschiedlichen Abbildungseigenschaften der Kammlinse in

den beiden Abbildungsschnitten zugeschnittenes anamorphotisches System noch eine weitere Vergrößerung dieser Fläche auf einen Faktor 2,4 erreichen.

## 6 Vorteile der simultanen Verschiebung mehrerer Multipole

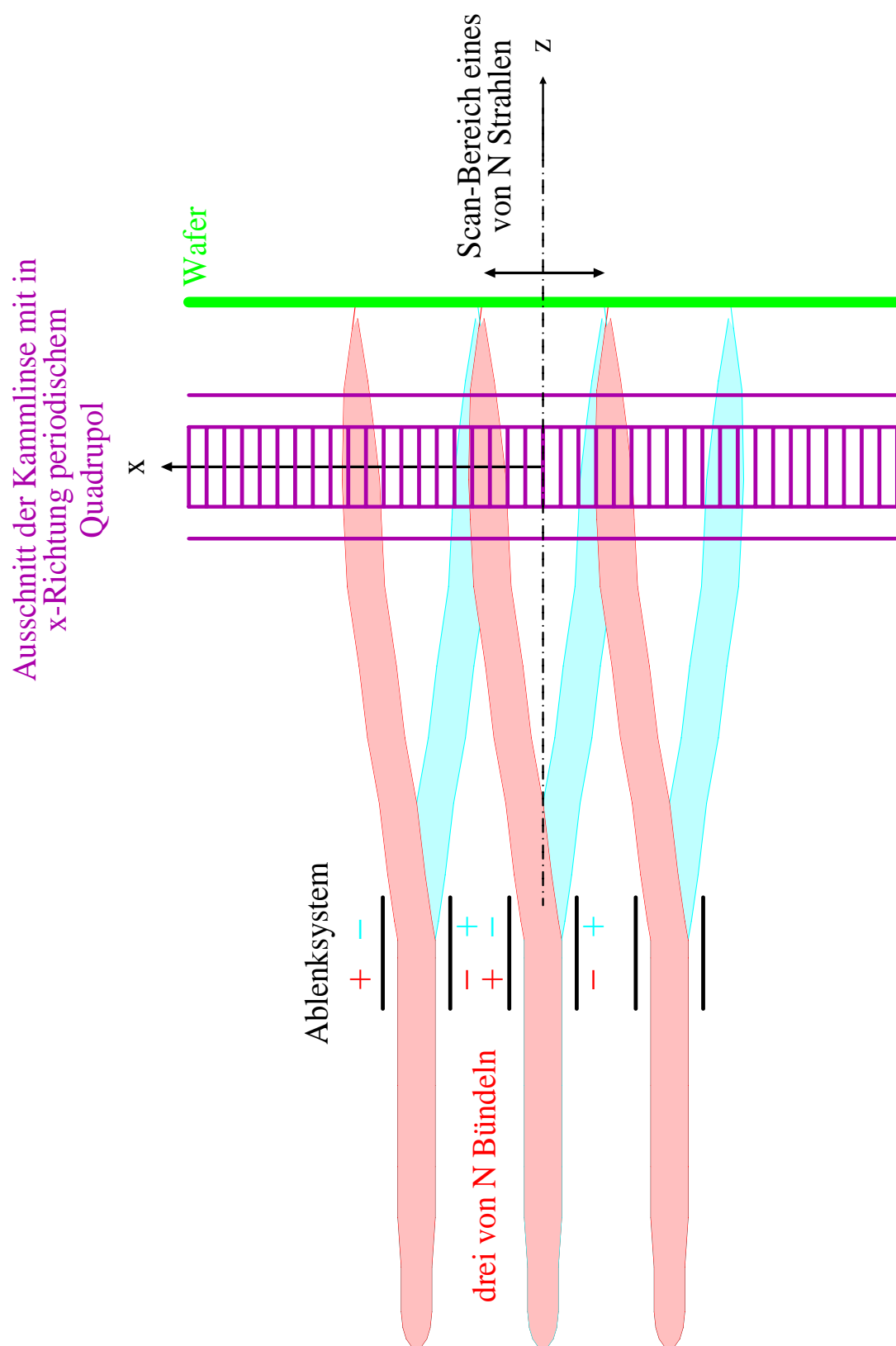
Einer der herausragenden Vorteile des Kammlinsenkonzeptes neben der beliebigen Verschiebbarkeit der Achse besteht in der Möglichkeit, durch periodische Wiederholung der Potentialbelegung der Lamellen der Kammlinse mit mehreren Bündel gleichzeitig zu betreiben. Je größer die Zahl der Quadrupole (Multipole), die parallel auf der Kammlinse erzeugt und längs des Kamms um eine Periodizitätslänge verschoben werden können, umso größer ist der sogenannte Durchsatz des Systems.

Zuerst stellen wir das Konzept eines Elektronenstrahlolithographiesystems für den Parallelbetrieb vor. Anschließend beantworten wir die Frage wie kompakt eine Elementarzelle des Kamms gewählt werden kann, ohne den notwendigen Feldverlauf zu beeinträchtigen. Insbesondere sind wir an der Erzeugung eines Quadrupols innerhalb einer näherungsweise quadratischen Elementarzelle interessiert. Danach betrachten wir einen Kammausschnitt, der aus der kleinstmöglichen Elementarzelle aufgebaut ist und untersuchen wie sich die Multipole gegeneinander beeinflussen (übersprechen). Schließlich wird für eine auf einen Waferdurchmesser von 300 Millimetern ausgelegte Kammlinse die maximale Anzahl der gleichzeitig formbaren Sonden bestimmt. Anhand dieser Zahl wird die Durchsatzerhöhung abgeschätzt.

### 6.1 Vorstellung des Konzeptes

Die vorgeschlagene Gesamtanordnung zeigt Zeichnung 6.1.

Mehrere Bündel fallen parallel auf eine Anordnung von kleinen elektrostatischen Ablenkelementen ein, welche diese in Richtung des Schlitzes auslenken. Die Ablenker wählen den Eintrittsort in die Kammlinse und damit die zu beleuchtende Fläche auf dem Wafer aus. Zusammen mit dem Quadrupol erzeugen wir jeweils gleichzeitig einen Dipol, der die Vorablenkung kompensiert und einen stets senkrechten Einfall des Strahls auf dem Wafer sicherstellt. Diese sogenannte senkrechte Inzidenz sorgt dafür, daß der Einfluß der Oberflächenrauigkeit des Wafers hinreichend klein bleibt.



**Abbildung 6.1:** Abbildung mehrerer Bündel mit Hilfe einer Kammlinse. Konzept für paralleles Rastern am Beispiel von drei Bündeln.

Die Genauigkeit einer Ablenkung wird umso größer desto geringer der Maximalwert  $\theta_{\max}$  des Ablenkwinkels  $\theta$  gewählt werden kann. Weitere Vorteile kleiner Ablenkwinkel sind kleine Ablenkspannungen und höhere Ablenkgeschwindigkeiten.

Da auf dem Wafer keine unbeschreibbaren „Totzonen“ entstehen, müssen die von benachbarten Bündeln beschriebene Bereiche direkt aneinander anschließen. Deshalb wird der maximale Winkel  $\theta_{\max}$  durch den Abstand des Bündels bestimmt. Dieser wiederum wird nach unten durch die kleinstmögliche, funktionsfähige Parzelle begrenzt, entweder der Kammlinse oder des Ablenkers.

Doch wie groß ist die kleinstmögliche funktionsfähige Parzelle (Elementarzelle) des Kamms? Zur Beantwortung der Frage untersuchen wir im folgenden Abschnitt, wie klein können wir das Längen zu Breitenverhältnis  $v = l_x/d$  eines Ausschnitts des Kamms wählen bzw. wie viele Stäbe werden ( $l_x = (2N + 1)a$ ) zur Erzeugung eines Quadrupols mit noch akzeptablem Potentialverlauf benötigt. Für die Minimierung des Maximalwert des Ablenkwinkels spricht auch die Tatsache, daß unsere Anordnung für den Parallelversatz der Strahlen sorgt. Je kleiner der Winkel der Vorablenkung gewählt werden kann, desto geringer ist auch der entgegengesetzte Ablenkwinkel, der vom Dipol der Kammlinse bewältigt werden muß. Wir können auf diese Weise auch die Stärke des zusätzliche Dipols minimieren.

Ein weiterer Vorteil der Vielstrahlanordnung ist die Möglichkeit der Reduktion der Anzahl der benötigten Spannungsquellen durch eine periodische Erregung der einzelnen Lamellen des Kamms.

Diese Anordnung beinhaltet die Möglichkeit mehrere Strahlen bei kleinem Ablenkwinkel bei einer (im Vergleich zum Einzelstrahlfall) geringen Anzahl von Spannungsquellen gleichzeitig zu übertragen. Da die einzelnen Strahlen vollständig voneinander räumlich getrennt liefert diese Strahlführung im Vergleich zum Einzelstrahlfall keine zusätzliche Beschränkung durch stochastische Strahlwechselwirkungen.

Somit ist die Durchsatzerhöhung direkt proportional zur Anzahl der gleichzeitig möglichen Sonden.

Konzeptionell ist daher mit der vorgeschlagenen Anordnung eine Durchsatz-erhöhung durch das parallele Rastern mehrerer Sonden möglich.

## 6.2 Abschätzung der Anzahl der gleichzeitig erzeugbaren Quadrupole

In diesem Abschnitt werden wir zwei Fragestellungen untersuchen. Zum einen werden wir durch azimutale Äquipotentiallinienbilder (wie in Abschnitt 4.2) die Güte der Potentialverläufe in Abhängigkeit vom Längen zu Breiten Verhältnis  $v$  untersuchen. Für die minimale mit unseren Anforderungen verträgliche Grö-

ße der Elementarzelle schätzen wir dann das Parallelisierungspotential bei einer typischen Wafergröße ab. Im zweiten Teil steht im Vordergrund, wie sich die Potentialverläufe einer periodischen Anordnung gegenseitig beeinflussen und ob die äußeren Quadrupole einer Anordnung benutzt werden können.

Die erste Fragestellung ist in Abbildung 6.2 und Tabelle 6.1 verdeutlicht. In Abhängigkeit von der Anzahl der Stäbe pro Quadrant bzw. des Verhältnisses  $v$  sind die Potentialverläufe entlang eines Kreises um das Zentrum mit einem Radius  $r = 1 \text{ mm}$  dargestellt. Der Aufbau der Parzelle der Anordnung geht aus der oberen Graphik der Abbildung hervor.

$N$	$v$	$ \phi_{2c} $ [V/mm <sup>2</sup> ]	$ \phi_{4c} $ [V/mm <sup>4</sup> ]
61	5,1	1,012	0,0027
31	2,6	0,833	0,0241
15	1,3	0,312	0,0584

**Tabelle 6.1:** Vergleich der Potentialverläufe in Abhängigkeit von der Stabanzahl  $N$  und des Längen zu Breitenverhältnisses  $v$ . Aufgetragen sind die berechneten Quadrupolstärken  $\phi_{2c}$  und Oktupolstärken  $\phi_{4c}$  bei an den Lamellen vorgegebener Quadrupolstärke von  $-1 \text{ V/mm}^2$ .

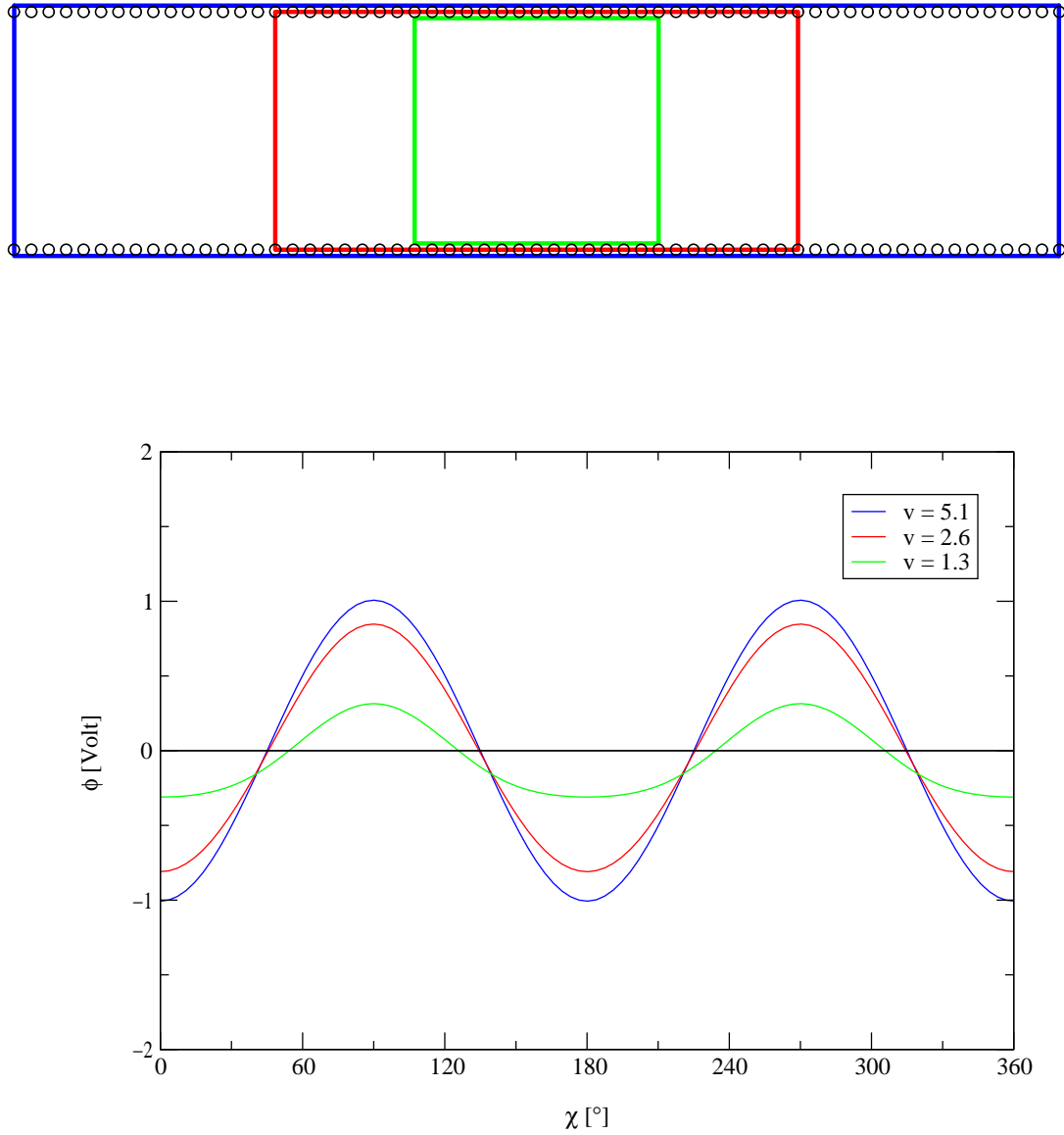
Nach der in Abschnitt 4.2 beschriebenen Einstellvorschrift haben wir an den Stäben einen Potentialverlauf vorgegeben, der dem eines Quadrupols der Stärke  $-1 \text{ V/mm}^2$ , entspricht. Die Länge der Stäbe beträgt jeweils 5 mm. (Zur Berechnung dieser Anordnung haben wir jeweils drei Quadrupole nebeneinandergelegt. Die Abbildung zeigt den Potentialverlauf des mittleren Quadrupols.) In der Tabelle 6.1 sind die Quadrupol- und die Oktupolstärke der Potentiale für die drei unterschiedlich großen Elementarzellen aufgetragen.

Als Resultat erhalten wir, daß für die längste Parzelle mit einem Verhältnis  $v = 5,1$  und 30 Stäben pro Quadrant (mit der bis auf das System I sämtliche Linsen im fünften Kapitel berechnet wurden) die geforderten Potentialverläufe sehr genau reproduziert werden können.

Bei Halbierung der Ausdehnung der Elementarzelle in  $x$ -Richtung resultiert eine Verringerung des Wertes der Quadrupolstärke und eine Zunahme des Oktupolanteils. Dennoch besitzt der Potentialverlauf noch die zweizählige Symmetrie eines Quadrupols. Die Einstellprozedur führt aber nicht mehr zum gewünschten Ergebnis. Das Verhältnis zwischen der gewollten Quadrupolstärke zur parasitären Oktupolstärke beträgt noch 40 : 1. Der verminderten Quadrupolstärke kann man durch Multiplikation aller Potentiale mit dem gleichen Faktor leicht entgegengewirkt werden.

Bei einer weiteren Verminderung der Parzellenlänge  $l_x$  setzt sich dieser Trend fort. Die Quadrupolstärke weicht erheblich von der Vorgabe ab, der Einfluß des





**Abbildung 6.2:** Abschätzung der minimalen Quadrupolgröße. oben: skizzierter  $xy$ -Schnitt durch den Kamm. Die farbigen Rechtecke zeigen die Grenze der jeweiligen Elementarzelle an. unten: Potential  $\phi$  der jeweiligen Anordnung auf einem Kreis mit Radius  $r = 1$  mm als Funktion des Winkels  $\chi$ .

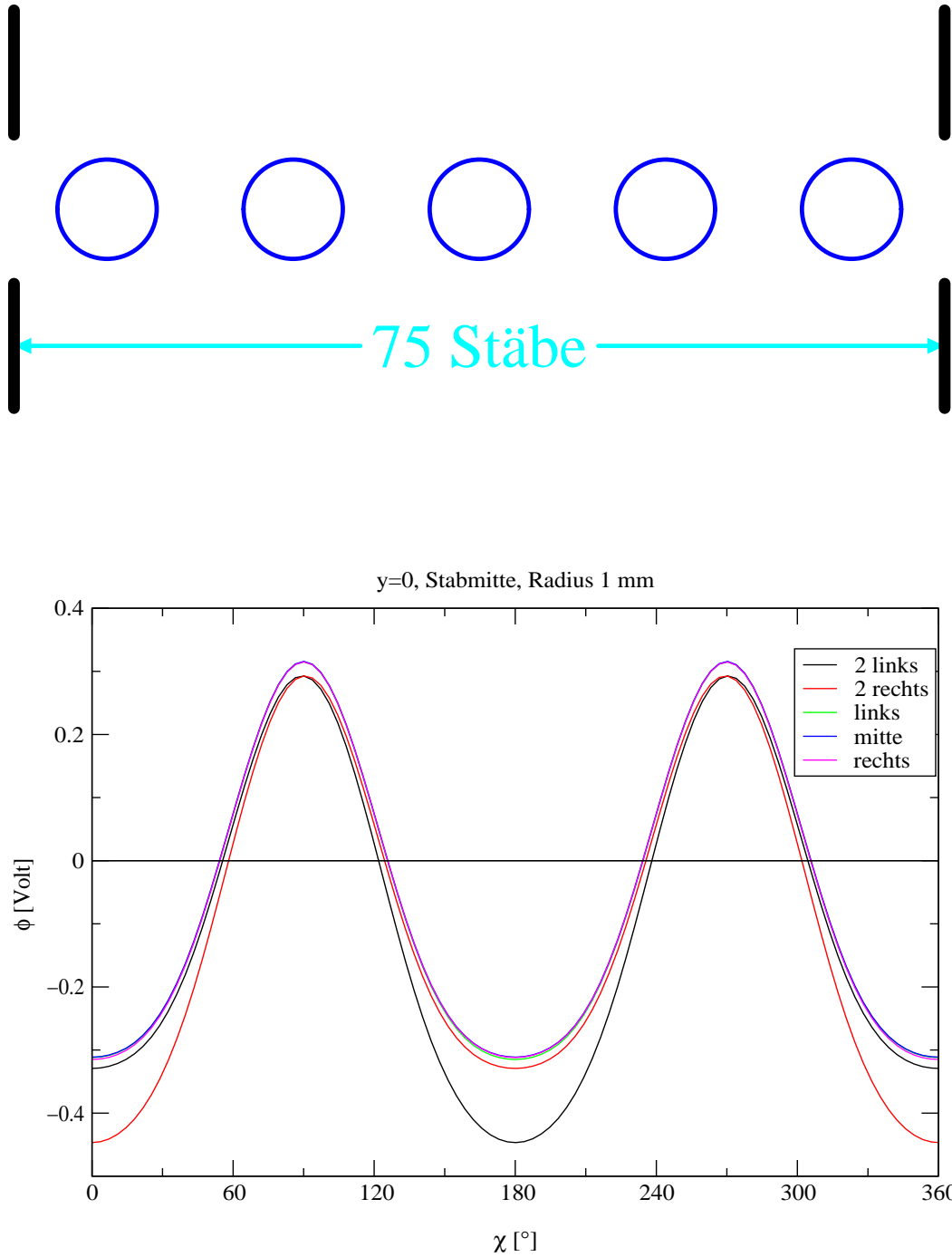
Oktupols ist, wenn auch nur schwach, erkennbar. Das Verhältnis zwischen Quadrupol und Oktupol geht auf 6 : 1 zurück.

Beim parallelen Rastern ist die kleinstmögliche Parzelle, die ohne Modifikation der Belegungsvorschrift unbedenklich funktioniert in  $x$ -Richtung etwa dreimal so weit ausgedehnt wie in  $y$ -Richtung. Bei circa 3 mm Abstand der Lamellen in  $y$ -Richtung ergibt sich damit eine Anzahl von 30 Bündeln auf einer Strecke von 300 Millimeter, die dem Durchmesser des Wafers entspricht.

Mit entsprechendem Aufwand erscheint es aus momentaner Sicht nicht aussichtslos, die Parzellenfläche auf einen quadratischen Querschnitt zu reduzieren. Dazu muß jedoch zumindest die Potentialbelegung geschickt modifiziert werden. Sollte dies gelingen, so erhöht sich die Anzahl parallel verschiebbarer Bündel innerhalb einer über einen Wafer ausgedehnten Kammlinse um den Faktor drei auf 90.

Zur Untersuchung der Fragestellung, wie sich benachbarte Quadrupole beeinflussen und die äußeren Quadrupole des Kamms verwendet werden können, haben wir einen aus 75 Stabpaaren bestehenden Kamm in fünf Parzellen unterteilt ( $v = 1,3$ ). In jeder Parzelle wurde die Potentialbelegung zur Erzeugung des Quadrupols der Stärke  $\phi_{2c} = -1 \text{ V/mm}^2$  angelegt. Beim Umlauf auf einem Kreis vom Radius  $r = 1 \text{ mm}$  um jede der Parzellenmitten wurden die Potentialverläufe als Funktion des Winkels aufgetragen. Das Ergebnis zeigt Abbildung 6.3. Während die inneren drei Parzellen den Potentialverlauf eines Quadrupols mit zu geringer Stärke zeigen, sieht man anhand der äußeren beiden Parzellen den Einfluß des Randes in Form der Überlagerung eines Dipols. Bezüglich der Ausnutzung des Kamms bestehen zwei Möglichkeiten:

- Man macht den Kamm am Ende um eine Parzelle breiter als den Scanbereich und verwendet die beiden äußeren Parzellen nur als Abschirmung.
- Man wählt den Kamm so breit wie den Scanbereich, muß dann aber die Potentialbelegung der Lamellen der äußeren beiden Parzellen so modifizieren, daß der Randeffect kompensiert wird.



**Abbildung 6.3:** Azimutale Potentialverläufe bei der gleichzeitigen Erzeugung von fünf Quadrupolen. oben: Lage der Testkreise innerhalb einer Anordnung mit 75 Stabpaaren. unten: Potential der Testkreise als Funktion des azimuthalen Winkels  $\chi$ .

## 7 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine unrunde Linse mit elektrisch weit verschiebbarer Achse konzipiert und entwickelt.

Zuerst wurde dargelegt, daß sich die bisherigen auf magnetischen Rundlinsen basierenden Systeme durch die Weite der Bohrung bei der Verschiebung der Achse und bei Erhaltung der vorgegebenen Abbildungsqualität drastisch begrenzt werden. Um eine weite Verschiebung der optischen Achse von einigen Millimetern zu ermöglichen, werden bei den bisher bekannten Systemen zusätzliche Multipolfelder überlagert. Die Multipolstärken dieser dynamischen Fokussierungsfelder sind nun durch differentielle lokale Bedingungen gegeben, proportional zu Ableitungen der magnetischen Feldstärke der zugrundeliegenden Rundlinse, welche sich in der Praxis nicht oder nur näherungsweise erfüllen lassen.

Als Alternative zu allen diesen Variable Axis Lens Systemen schlagen wir die *Kammlinse* vor, die auf einer neuartigen Art der Strahlführung basiert. Zum einen berücksichtigen wir als dynamische Komponenten nur rein elektrische Felder, die frei von den bei magnetischen Linsen immanenten Problemen wie z. B. Wirbelstromeffekten sind. Zum anderen erlaubt die Verwendung von symmetrieangepaßten elektronenoptischen Elementen das Design einer Anordnung mit einem Schlitz, entlang dessen eine nahezu unbegrenzte Verschiebung der optischen Achse möglich wird. Der Übergang zu dieser im Inneren unrunder Linse ermöglicht nun durch geeignete Anordnung der Elektroden eine komplett andere Justierung des gesamten Systems.

Zur Erlangung der gewünschten, insgesamt runden Abbildung der Kammlinse muß nur noch die integrale Wirkung der abbildenden elektrischen Felder berücksichtigt werden. Diese integralen Bedingungen vergrößern den Lösungsraum im Vergleich zu den bisherigen Variable Axis Lens Anordnungen deutlich. Das theoretische Konzept läßt sich experimentell leicht realisieren.

Die neuartige Linse, die Kammlinse, basiert auf einer elektrischen Zylinderlinse mit dicker Mittelelektrode. Diese wird in einzelne Lamellen segmentiert, so daß mehrere räumlich getrennte Multipole entlang des Schlitzes erzeugt und sehr schnell verschoben werden können.

Die Ergebnisse der numerischen Rechnungen zeigen, daß der in dieser Arbeit beschriebene Linsentyp sämtliche Anforderungen an eine leistungsfähige Variable Axis Lens erfüllt.

Eine *kontinuierliche* Verschiebung der optischen Achse entlang des Schlitzes ist möglich, da die notwendigen Multipolfelder (Quadrupol und Dipol) auf der segmentierten Mittelelektrode kontinuierlich verschoben werden können.

Die Maximalwerte der elektrischen Feldstärke eines auf die Gegebenheiten der Elektronenstrahlolithographie zugeschnittenen Systems und dessen Geometrie zeigen, daß die Linse realisierbar ist.

Im Vergleich zu den besten bekannten Elektronenstrahlschreibgeräten besitzt die Kammlinse zwar etwas schlechtere Abbildungseigenschaften, jedoch wird dieser Nachteil durch die zusätzlich mögliche, viel weitere und auch schnellere Verschiebung der optischen Achse bei weitem kompensiert.

Eine weitere Anwendungsmöglichkeit der Kammlinse besteht in der simultanen Abbildung mehrerer Strahlen. Da sich die parallelen Strahlenbündel nicht durchsetzen, läßt sich bei einem Betrieb der Kammlinse mit mehreren Bündeln der Durchsatz gegenüber herkömmlichen Systemen erheblich erhöhen. Hohe Gesamtströme führen nicht zu einer Auflösungsbegrenzung durch die Coulombwechselwirkung wie es bei den bisher bekannten Systemen der Fall ist. Die obere Grenze des Durchsatzes eines Lithographiesystems ist allein durch den Quotienten aus dem Strahlstrom in der Bildebene und der Empfindlichkeit des Photoresists gegeben.

Für einen Wafer mit einem Durchmesser von 300 Millimetern könnten etwa 80 Sonden bei moderaten Strahlströmen gleichzeitig betrieben werden. Ordnet man mehrere Kammlinsen hintereinander an, so kann der Durchsatz noch weiter gesteigert werden, so daß ein System, welches bei einer Auflösung von 50 nm den Durchsatz eines lichtoptischen erreicht, im Bereich des Möglichen erscheint.

# Literaturverzeichnis

- [1] H.C. Pfeiffer, W. Stickel, PREVAIL – An E-Beam Stepper with variable Axis Immersion Lenses, Microelectronic Engineering 27, Seite 143 – 146, 1995. [1](#)
- [2] R. Spehr, Limitations on the performance of charged particle beams in microlithography, Microelectronic Engineering 3, Seite 61–68, 1985 [1](#)
- [3] P.W. Hawkes and E. Kasper, Principles of Electron. Optics, Volume 2, Seite 839 – 854, 1989. [1](#)
- [4] E. Goto and T. Soma, MOL (moving objective lens), Optik 48, Seite 255 – 270, 1977. [1](#), [5](#)
- [5] H.C. Pfeiffer and G.O. Langner, Advanced deflection concept for large area, high resolution e-beam lithography, J. Vac. Sci. Technol., 19 (4), Seite 3 – 14, 1983. [1](#), [4](#), [9](#)
- [6] P.W. Hawkes and E. Kasper, Principles of Electron Optics, Volume 2, Seite 825, 1989. [3](#)
- [7] H. Ohiwa, E. Goto and A. Ono, Electron. Commun. Japan Sect. B 54, Seite 44, 1971. [5](#), [7](#)
- [8] H. Ohiwa, Design of electron-beam scanning systems using the moving objective lens, J. Vac. Sci. Technol., 15, Seite 849, 1978. [5](#), [8](#)
- [9] P.W. Hawkes und E. Kasper, Principles of Electron Optics, Volume 1, Seite 83, 1989. [6](#)
- [10] H. Pearce-Percy, D. Spicer, Integration of trajectory equations for deflection and focusing systems avoiding paraxial type approximations, Microcircuit Engineering, Seite 535 – 545, 1980. [8](#)
- [11] H. Chu and E. Munro, Numerical analysis of electron beam lithography systems, Part IV: Computerrized optimizations of the electron optical performance of electron beam lithography systems using the damped least squares method, Optik 61, Seite 213 – 236, 1982. [10](#)

- [12] B. Lischke, G. Christaller, K. Herrmann, A. Heuberger, E. Knappek, H. Kniepkamp, H. Rose, W. Rüttenauer, G. Siegel, AN E-BEAM COMB-PROBE PRINTER FOR NANOLITHOGRAPHY, Microelectronic Engineering 9, Seite 199 – 203, 1989. [10](#)
- [13] T. Newman, W. DeVore and R. Pease, Dot Matrix electron beam lithography, J. Vac. Sci. Technol. B (1), Seite 999 – 1002, 1983 143 – 146, 1995. [10](#)
- [14] A. Baum, J. Schneider and R. Pease, High-Performance negative electron affinity photocathodes for high-resolution electron beam lithography and metrology, Proc. IEEE IEDM, Seite 409 – 412, 1995. [10](#)
- [15] J. Schneider, A. Baum, G. Winograd, R. Pease, M. McCord, W. Spicer, K. Costello and V. Aebi, Semiconductor on glass photocathodes as high-performance sources for parallel electron beam lithography, J. Vac. Sci. Technol. B 14 (6), Seite 3782 – 3786, 1996. [10](#)
- [16] A. Baum, J. Schneider, R. Pease, M. McCord, W. Spicer, K. Costello and V. Aebi, Semiconductor on glass photocathodes for high throughput maskless electron beam lithography, J. Vac. Sci. Technol. B 15 (6), Seite 2707 – 2712, 1997. [10](#)
- [17] J. Schneider, P. Sen, D. Pickard, G. Winograd, M. McCord, R. Pease, W. Spicer, A. Baum, K. Costello and G. Davies, Patterned negative electron affinity photocathodes for maskless electron beam lithography, J. Vac. Sci. Technol. B 16 (6), Seite 3192 – 3196, 1998. [10](#), [16](#)
- [18] L. Baranova and S. Yavor, The Optics of Round and Multipole Electrostatic Lenses, Advances in Electronics and Electron Physics, Volume 76, 1989. [12](#)
- [19] G. Schönecker, R. Spehr and H. Rose, Fast charge-simulation procedure for planar and simple three-dimensional electrostatic fields, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A298, Seite 360 – 376, 1990. [19](#), [20](#)
- [20] D. Cubric, B. Lencova, F. Read, J. Zlamal, Comparision of FDM, FEM and BEM for electrostatic charged particle optics, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 427, Seite 357 – 362, 1999. [19](#)
- [21] R. Spehr, persönliche Mitteilung. [20](#)
- [22] H. Hoch, E. Kasper and D. Kern, Optik 50, Seite 413, 1978 [22](#)
- [23] E. Schmutzer, Grundlagen der Theoretischen Physik, Seite 628, 1989. [23](#)
- [24] E. Brüche und O. Scherzer, Geometrische Elektronenoptik, Seite 62 – 65, 1934. [27](#)

- [25] W. Henneberg, Das Potential von Schlitzblende und Lochblende, Zeitschrift für Physik 94, Seite 22 – 27, 1935 [27](#)
- [26] J. Berntsen, T. Espelid and A. Genz, An Adaptive Algorithm for the Approximate Calculation of Multiple Integrals, ACM Transactions on Mathematical Software 17, Seite 437 – 451, 1991. [30](#)
- [27] H. Rose, Teilchenoptik, Skript zur Vorlesung, Sommersemester 1994, Seite 40 – 42, 1994. [34](#)
- [28] H. Rose, Zur Gaußschen Dioptrik elektrisch magnetischer Zylinderlinsen, Optik 36, Seite 19–36, 1972. [45](#)
- [29] H. Rose, Gaußsche Dioptrik begrenzter unrunder Elektronenlinsen, Optik 24, Seite 108 – 121, 1966. [45](#)
- [30] H. Rose, Teilchenoptik, Skript zur Vorlesung, Sommersemester 1994, Seite 110 – 118, 1994. [45](#)
- [31] C. Davisson und C. Calbick, Physic. Rev. 42, Seite 580, 1932 [50](#)
- [32] L. Glikman, V. Kel'man und E. Yakushev, Sov. Phys. Tech. Phys. 12, Seite 9 – 12, 1967. [50](#)
- [33] E. Brüche und O. Scherzer, Geometrische Elektronenoptik, Seite 84 – 86, 1934. [53](#)
- [34] H. Rose, persönliche Mitteilung. [56](#)
- [35] P. Morse und H. Feshbach, Methods of Theoretical Physics, Seite 1210 – 1211, 1953. [58](#)
- [36] P.W. Hawkes and E. Kasper, Principles of Electron Optics, Volume 1, Seite 231, 1989. [66](#)
- [37] P. Deuffhard und F. Bornemann, Numerische Mathematik II, Seite 183 – 193, 1994 [73](#)
- [38] J. Dormand und P. Prince, A familiy of embedded Runge-Kutta formulae, J. Comp. Appl. Math. 6, Seite 19 – 26, 1980. [73](#)
- [39] J. Dormand und P. Prince, Higher order embedded Runge-Kutta formulae, J. Comp. Appl. Math. 7, Seite 67 – 75, 1981. [73](#)
- [40] P.W. Hawkes and E. Kasper, Principles of Electron Optics, Volume 1, Seite 350, 1989. [74](#)



- [41] H. Rose, Nichtlineare Teilchenoptik, Skript zur Vorlesung, Sommersemester 1995. [74](#)
- [42] J. Liddle und al., The SCattering with Angular Limitations in Projection Electron-Beam Lithography (SCALPEL) System, Jpn. J. Appl. Phys. Vol. 34, Seite 6663 – 6671, 1995. [76](#)
- [43] H. Pfeiffer und W. Stickel, PREVAIL - An E-Beam Stepper with Variable Axis Immersion Lenses, Microelectronic Engineering 27, Seite 143 – 146, 1995 [76](#)
- [44] P. Petric, M. Gordon, J. Senesi and D. Haire, EL-4 column and control, J. Vac. Sci. Technol. B 11(6), Seite 2309 – 2314, 1993. [78](#), [80](#), [88](#)
- [45] P.W. Hawkes and E. Kasper, Principles of Electron Optics, Volume 2, Seite 676 – 677, 1989. [86](#)
- [46] H. Pfeiffer, D. Davis und al., EL-4, a new generation electron-beam lithography system, J. Vac. Sci. Technol. B 11(6), Seite 2332-2341, 1993. [88](#)

# Danksagung

Mein besonderer Dank gilt Herrn Professor Harald Rose für die Vergabe dieser Arbeit und die Annahme als Doktorand. Seine stets vorhandene Gesprächsbereitschaft, zahlreiche Anregungen und das gute Arbeitsklima haben zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Herrn Dr. Roland Janzen möchte ich für die freiwillige Betreuung und seine nie versiegenden Hilfe bei der Lösung auch schwerwiegender Probleme danken. Ohne seine Unterstützung wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen.

Mein Zimmerkollege Herrn Dipl.-Phys. Peter Hartel hat mich stets unterstützt. Seine Hilfe beim Anfertigen von Graphiken, sein Rat und seine Unterstützung in schwierigen Zeiten haben zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen. Hierfür möchte ich ihm herzlich danken.

Der Sekretärin Frau Christiane Walther sei für ihre Unterstützung und ihren Rat in schwierigen Lebenslagen gedankt.

Der technischen Zeichnerin Frau Anna Zilch bin ich für die Anfertigung zweier Zeichnungen zum Dank verpflichtet.

Den Herren Dr. Dirk Preikszas, Dr. Rainer Spehr, Dr. Frank Kahl und Herrn Dipl.-Phys. Volker Gerheim danke ich für ihre Hilfe.

Allen Mitgliedern der Arbeitsgruppe von Herrn Prof. Rose danke ich für ihre Hilfsbereitschaft und das angenehme Arbeitsklima.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft sei für die Finanzierung gedankt.

# Lebenslauf

## Personalien

Name:	Peter Schmid
Geburtsdatum:	19. 07. 1968
Geburtsort:	München
Familienstand:	ledig
Staatsangehörigkeit:	deutsch

## Bildungsweg

1975 – 1979	Grundschule in Neu-Isenburg
1979 – 1981	Förderstufe der Schule im Buchenbusch in Neu-Isenburg
1981 – 1988	Goethe-Gymnasium in Neu-Isenburg
1988 – 1994	Studium der Physik an der TU Darmstadt
1990	Abschluß des Vordiploms
Mai 1995	Abschluß des Diploms
	Titel der Diplomarbeit: „Simulation der elektronenoptischen Abbildung in amorphes Eis eingebetteter biologischer Präparate“
1995 – 2000	Promotion in theoretischer Physik an der TU Darmstadt

## Beruflicher Werdegang

1991 – 1993	Studentische Hilfskraft: Betreuung von Übungsgruppen
seit 1. 10. 1995	Wissenschaftlicher Mitarbeiter der Arbeitsgruppe „Licht- und Teilchenoptik“ von Professor Dr. H. Rose an der TU Darmstadt